

## Freni

### Generalità

I freni sono dispositivi atti a creare resistenza al moto allo scopo di impedirne l'inizio o per regolarne la velocità o l'accelerazione.

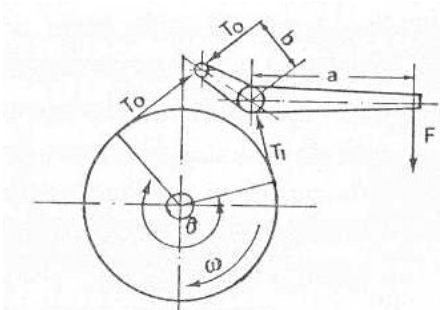
A seconda del tipo di resistenza si distinguono in:

- freni ad attrito o meccanici;
- freni a fluido (a liquido, aerodinamici), usati soprattutto per la misura della curva caratteristica di motori;
- freni elettromagnetici, usati, soprattutto, anch'essi per la misura della curva caratteristica di motori.

A seconda della funzione, si notano:

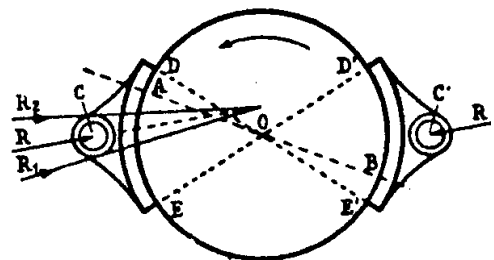
- freni di stazionamento o di trattenuta, atti a impedire l'inizio del movimento;
- freni di arresto o servizio che servono ad arrestare temporaneamente il movimento;
- freni di lavoro il cui scopo è quello di regolare il movimento.

Ci occuperemo qui solo dei freni meccanici che si suddividono in:

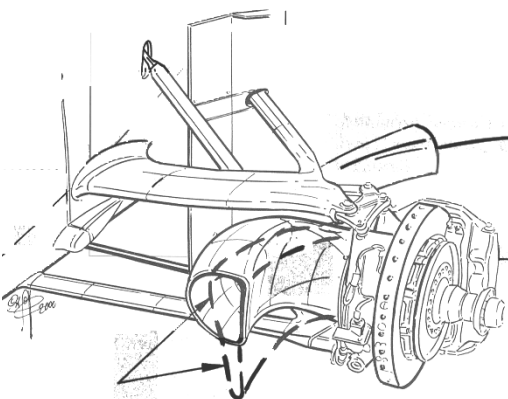


- freni a nastro (già trattati a proposito delle trasmissioni a cinghia);

• freni a ceppi o a tamburo (in figura un freno a ceppi liberamente girevoli, tipico nelle costruzioni ferroviarie);



- freni assiali o a disco.

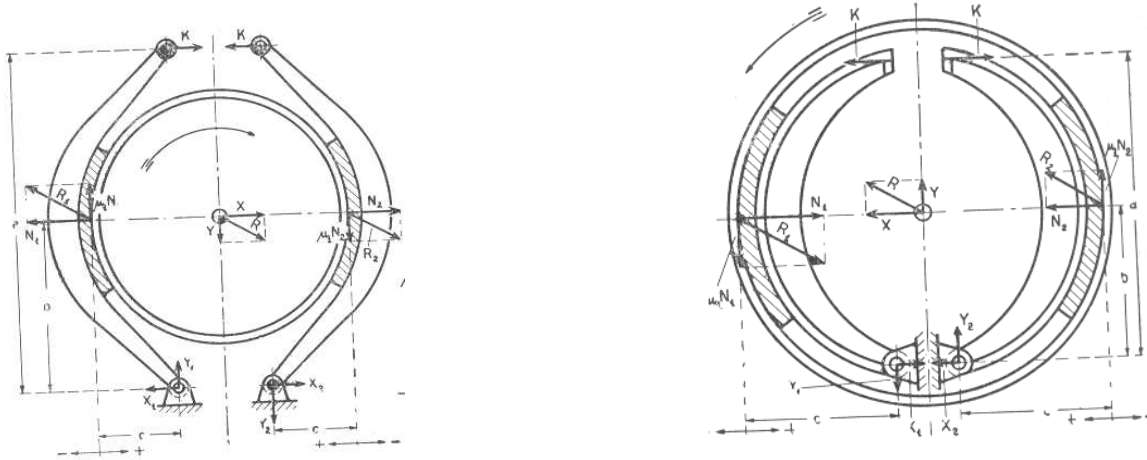




$$T = \int_{-\phi_1}^{\phi_1} p(\phi) flr \cos(\phi - \phi') d\phi = fN$$

Lezione XVI  
Freni meccanici

## Freni a ceppi



Nelle due figure sono rappresentati, rispettivamente, dei freni a ceppi esterni (usati soprattutto negli impianti di sollevamento) e altri a ceppi interni (di comune impiego nei veicoli).

I ceppi sono infulcrati su cerniere distinte e alle estremità libere delle leve agisce la forza  $K$  tendente a chiudere i freni.

Limitando lo studio alle azioni scambiate tra il tamburo e un solo ceppo, la coppia frenante  $M_r$ , la risultante  $N$  delle pressioni, quella delle azioni tangenziali  $T$  e il relativo braccio equivalente  $h$  rispetto al centro del tamburo sono calcolabili dalle relazioni

$$M_r = \int_{-\phi_1}^{\phi_1} p(\phi) flr^2 d\phi$$

$$N = \int_{-\phi_1}^{\phi_1} p(\phi) lr \cos(\phi - \phi') d\phi$$

$$T = \int_{-\phi_1}^{\phi_1} p(\phi) flr \cos(\phi - \phi') d\phi = fN$$

$$h = \frac{M_r}{T} = \frac{\int_{-\phi_1}^{\phi_1} p(\phi) flr^2 d\phi}{\int_{-\phi_1}^{\phi_1} p(\phi) flr \cos(\phi - \phi') d\phi} = \frac{r \int_{-\phi_1}^{\phi_1} p(\phi) d\phi}{\int_{-\phi_1}^{\phi_1} p(\phi) \cos(\phi - \phi') d\phi}$$

essendo  $p(\phi)$  la distribuzione incognita delle pressioni di contatto,  $f$  il coefficiente di attrito radente,  $l$  la larghezza del ceppo e  $r$  il raggio del tamburo.

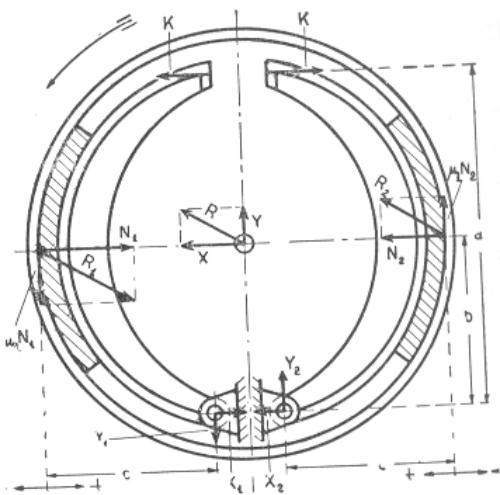


L'angolo  $\phi'$  è quello che la retta di azione della  $N$  forma con la bisettrice con l'arco di contatto e si determina imponendo che la risultante in direzione ortogonale alla retta d'azione sia nulla. Ovvero:

$$\int_{-\phi_1}^{\phi_1} p(\phi) \sin(\phi - \phi') d\phi = 0$$

Come già visto in precedenza, il problema può essere risolto solo conoscendo la distribuzione delle pressioni  $p(\phi)$ .

A questo scopo si nota che, supponendo il ceppo infinitamente rigido, una sua rotazione piccolissima  $\delta\phi$  attorno alla cerniera, che porta i vari punti della guarnizione di attrito a venire a contatto con il tamburo, può sempre essere vista come una rotazione rigida infinitesima  $\delta\phi$  del ceppo stesso attorno a un altro polo, a esempio il centro del tamburo, più una traslazione  $\delta_0 = r\delta\phi$ .



Nel moto del ceppo, solo la traslazione porta i punti della guarnizione di attrito ad avvicinarsi al tamburo e quindi a esercitare una pressione su quest'ultimo.

Per quanto detto la direzione di accostamento, ovvero quella per cui avviene la frenatura, sarà perpendicolare alla congiungente il centro della cerniera del ceppo e quello del tamburo e individuata da un angolo  $\phi_0$  rispetto alla bisettrice dell'arco di contatto.

Per come sono costruiti i freni a ceppi quest'angolo è piccolo per cui da un punto di vista pratico si può considerare  $\phi_0$  circa uguale a 0 e quindi considerare la direzione di accostamento praticamente coincidente con la bisettrice dell'arco di azione.



Per effetto dell'avvicinamento  $\delta_0$  del ceppo, lo spessore di guarnizione asportato nel generico punto di essa risulta uguale alla componente dello spostamento secondo la normale alla superficie nel punto considerato, ovvero

$$\delta(\phi) = \delta_0 \cos \phi$$

Secondo l'ipotesi di Reye,

$$\delta(\phi) dA = \delta_0 \cos \phi l r d\phi = k f p(\phi) l r d\phi r \omega$$

ovvero, supponendo costante la velocità angolare

$$p(\phi) = p_0 \cos \phi$$

espressione che sostituita negli integrali prima visti porta a

$$\int_{-\phi_1}^{\phi_1} p_0 \cos \phi \sin(\phi - \phi') d\phi = \cos \phi' \int_{-\phi_1}^{\phi_1} \cos \phi \sin \phi d\phi - \sin \phi' \int_{-\phi_1}^{\phi_1} \cos^2 \phi d\phi = -\frac{1}{2} \sin \phi' \sin 2\phi_1 = 0 \therefore \phi' = 0$$

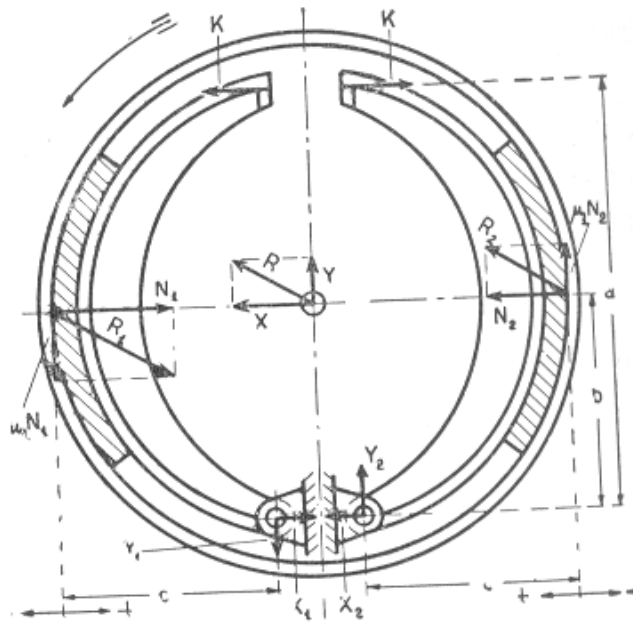
$$N = p_0 l r \int_{-\phi_1}^{\phi_1} \cos^2 \phi d\phi = p_0 l r \left( \phi_1 + \frac{1}{2} \sin 2\phi_1 \right)$$

$$M_r = f p_0 l r^2 \int_{-\phi_1}^{\phi_1} \cos \phi d\phi = 2 f p_0 l r^2 \sin \phi_1$$

e a un braccio  $h$  della  $T$

$$h = \frac{M_r}{fN} = 2r \frac{\sin \phi_1}{\phi_1 + \frac{1}{2} \sin 2\phi_1} > r$$





Scrivendo l'equilibrio alla rotazione rispetto al perno per il ceppo sinistro otteniamo

$$N_1 = K \frac{a}{b - fc} = p_{01} l r \left( \phi_1 + \frac{1}{2} \sin 2\phi_1 \right)$$

e per quello destro

$$N_2 = K \frac{a}{b + fc} = p_{02} l r \left( \phi_1 + \frac{1}{2} \sin 2\phi_1 \right)$$

con un momento frenante totale

$$M_r = 2fKh \frac{ab}{b^2 - f^2 c^2}$$

L'azione trasmessa dai due ceppi al tamburo è quindi

$$X = N_1 - N_2 = 2fK \frac{1}{b^2} \frac{ac}{1 - \left( f \frac{c}{b} \right)^2} \neq 0$$

$$Y = f(N_1 - N_2) = 2f^2 K \frac{1}{b^2} \frac{ac}{1 - \left( f \frac{c}{b} \right)^2} \neq 0$$



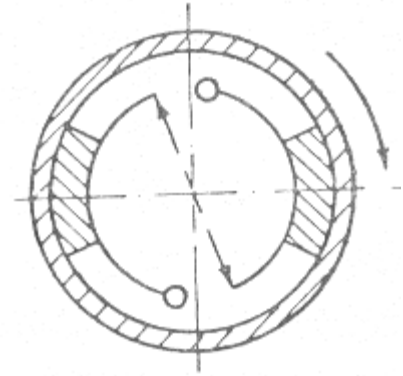
Per questo motivo si usano i freni a ceppi autoavvolgenti (o autocentranti) per i quali

$$N_1 = N_2 = K \frac{a}{b - fc}$$

Si ricordi che se

$$f \frac{c}{b} = 1 \Rightarrow fN_1 = \infty$$

il ceppo è autofrenante (s'impunta e impedisce la rotazione del tamburo)



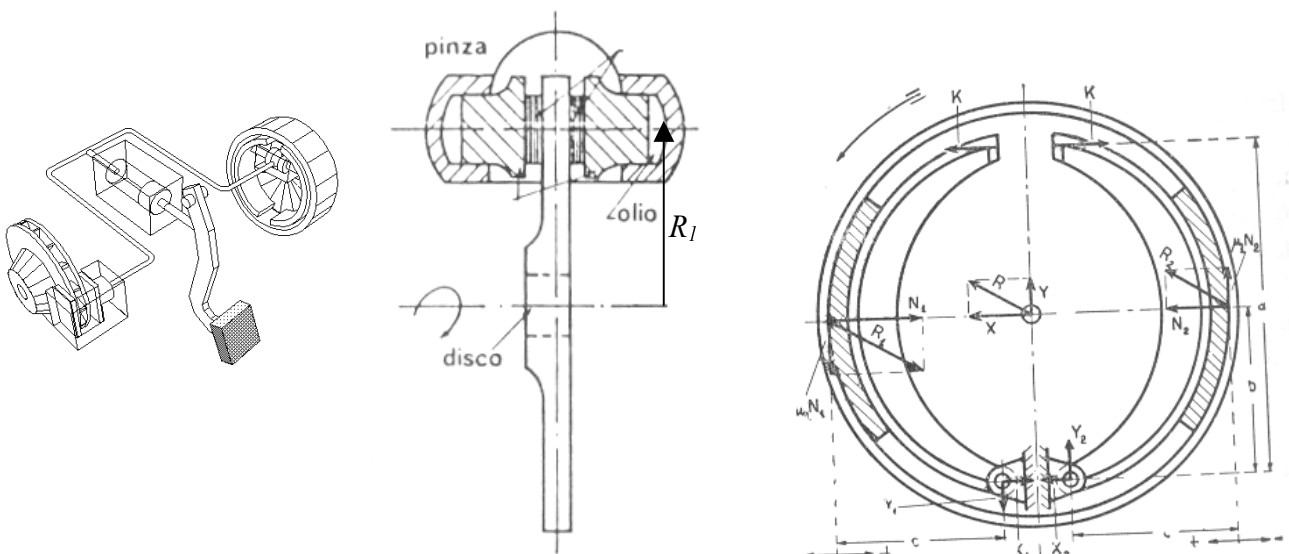
## Freni a disco

### Vantaggi rispetto al freno a tamburo

- minor massa e momento d'inerzia;
- maggior facilità di asportare il calore;
- facilità nell'asportare impurità depositatesi sul disco.

### Svantaggi

- minor potere frenante (meno della metà) a parità di forza  $K$  applicata, coefficiente di attrito e dimensioni



$$M_r = 2fKR_1 < 2fKh \frac{ab}{b^2 - f^2c^2} \cong 4fKh \frac{1}{(1 - f^2)}$$

anche supponendo

$$R_1 \cong b \cong c \cong \frac{a}{2} < h$$

quindi l'esigenza di un servofreno che riduca la forza applicata al pedale a parità di  $K$

- necessità comunque di freni a tamburo su una coppia di ruote della medesima sala per effettuare lo stazionamento (freno a mano) in quanto le pressioni ( $K/A$  con  $A$ =area delle pastiglie) sono molto maggiori di  $p_0$  con conseguente incollaggio delle guarnizioni al disco per lunghi periodi di stazionamento.