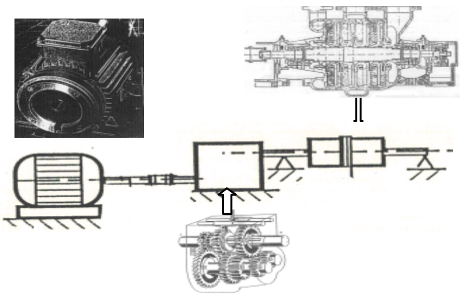
RIDUZIONE DELLE MASSE



$$\sum W = \frac{dE_C}{dt}$$

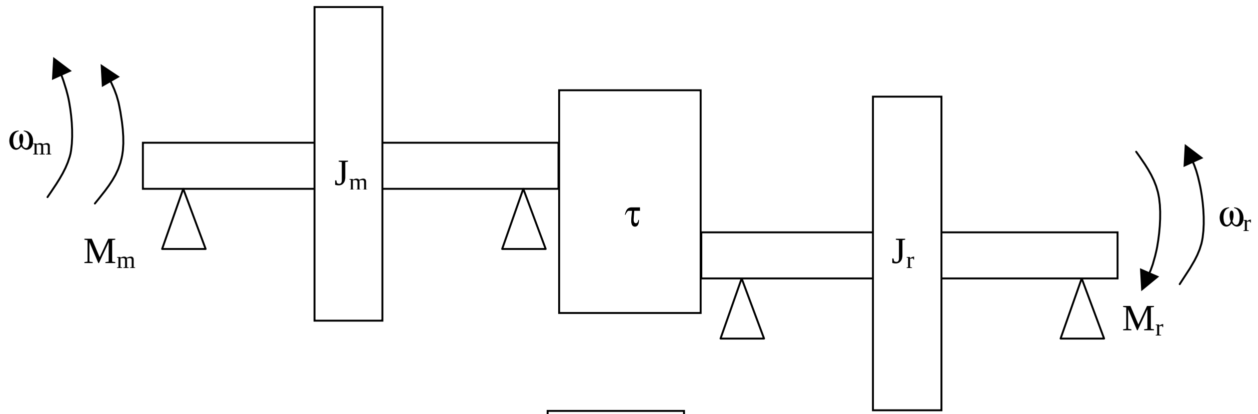
Supponendo che motore e utilizzatore abbiano, rispettivamente, momenti d'inerzia J_m e J_r, mentre sia trascurabile quello della trasmissione:

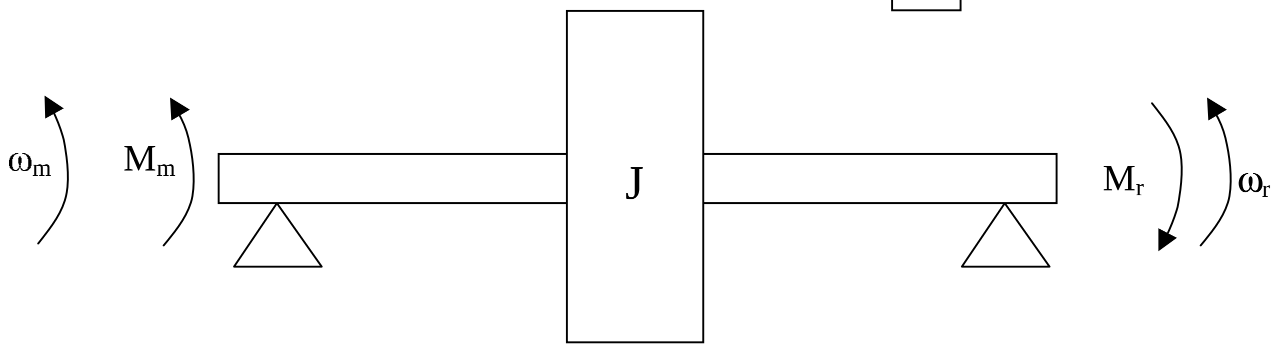
$$E_C = \frac{1}{2} J_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_r \omega_r^2$$

Ricordando che il rapporto di trasmissione vale $\tau = \dfrac{\omega_r}{\omega_m}$

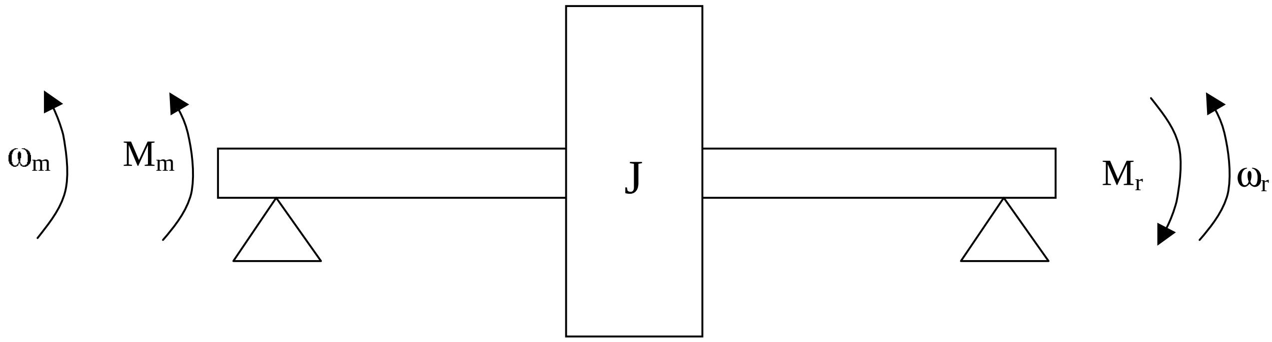
$$E_C = \frac{1}{2} J_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_r \tau^2 \omega_m^2 = \frac{1}{2}\left(J_m + J_r \tau^2\right)\omega_m^2$$

Il sistema iniziale è equipollente a quello sottostante con $J = J_m + J_r \tau^2$



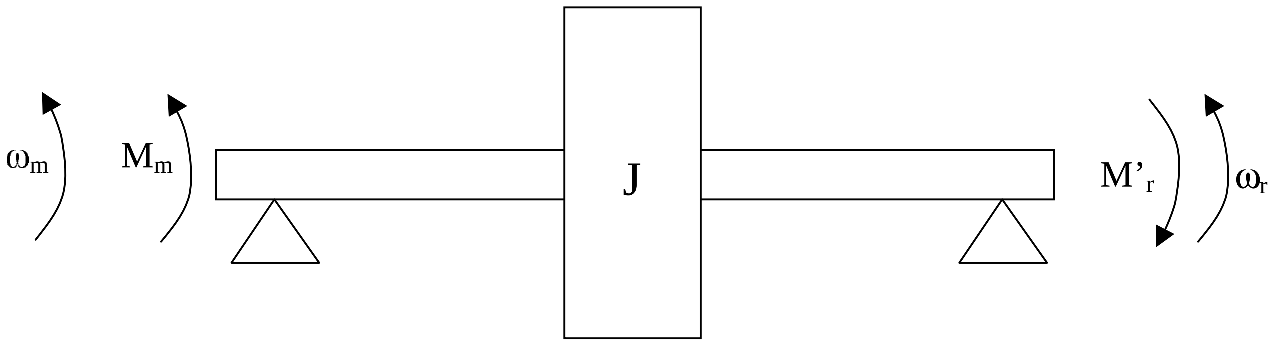


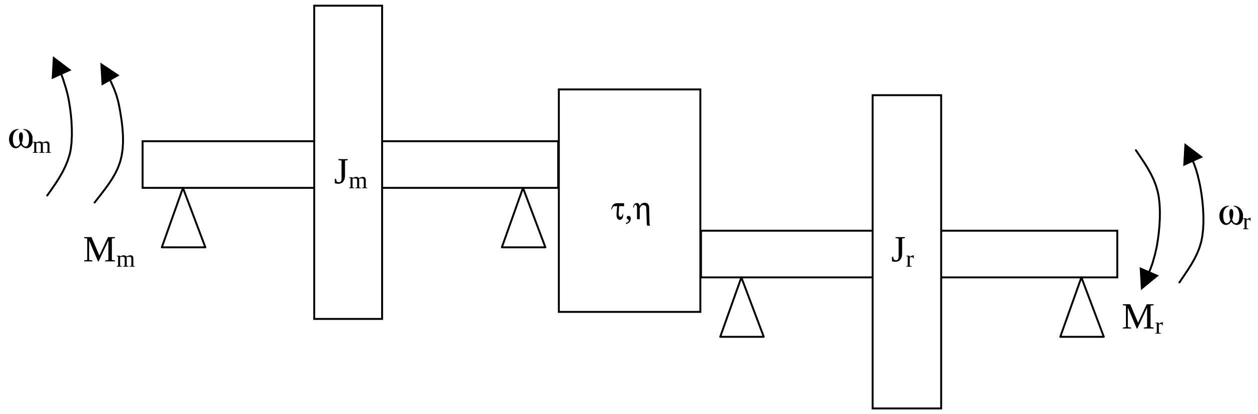
RIDUZIONE DELLE FORZE



$$\sum W = M_m\omega_m - M_r\omega_r = M_m\omega_m - M_r\tau\omega_m$$
$$\sum W = M_m\omega_m - M_r^{'}\omega_m \text{ con } M_r^{'} = \tau M_r$$

Dal punto di vista globale, siamo ricondotti al sistema meccanico equipollente sottostante:





Nel caso di funzionamento non ideale, il bilancio di potenze diventa

$$\sum W = \vec{M}_m \times \vec{\omega}_m + \vec{M}_r \times \vec{\omega}_r + W_p = \frac{dE_c}{dt}$$

con W_p (<0) potenza dissipata nella trasmissione che si suppone d'inerzia trascurabile $\left(E_{ctrasmissione} = 0\right)$

Accanto alla formulazione soprascritta ne esiste una seconda che raggruppa le potenze in base agli organi componenti la generica macchina, ovvero:

- potenza motrice W_m associata al motore;
- potenza resistente W_r associata all'utilizzatore, ai freni e alle apparecchiature ausiliarie;
- potenza dissipata W_p negli organi di trasmissione.

La seconda formulazione ha la seguente scrittura:

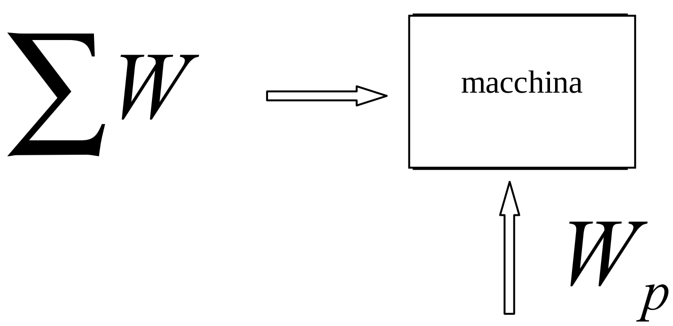
$$W_m - W_r - W_p = \frac{dE_c}{dt} (1)$$

che, a differenza della

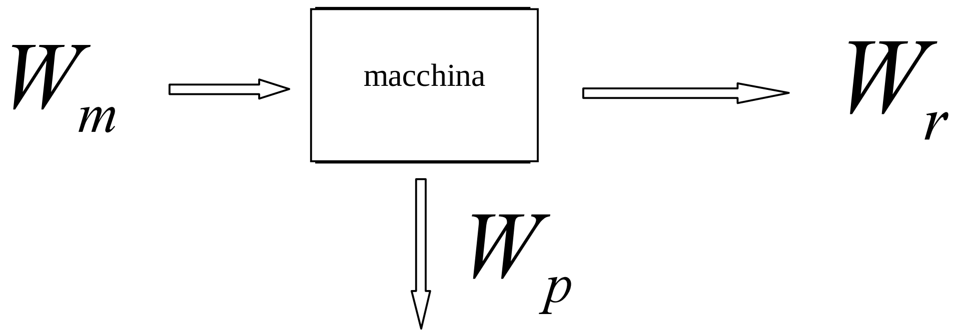
$$\sum W + W_p = \frac{dE_c}{dt} (2)$$

utilizza convenzioni diverse per il calcolo delle potenze.

La prima formulazione (2) presuppone che tutte le potenze siano positive se entranti nella macchina



La seconda (1) è invece legata al verso del flusso di potenza che attraversa la macchina nelle condizioni di normale funzionamento, ovvero dal motore all'utilizzatore e agli organi ausiliari.



Nelle nuove convenzioni W_r e W_p sono positive se uscenti dalla macchina, quindi con versi opposti rispetto a quelli assunti positivi per le sole potenze dissipate e quelle legate all'utilizzatore nella formulazione $\sum W + W_p = \frac{dE_c}{dt}$.

Quindi, con riferimento al nostro esempio:

$$W_m = \vec{M}_m \times \vec{\omega}_m$$
$$W_r = -\vec{M}_r \times \vec{\omega}_r$$

che sostituite nell'espressione (1) portano a

$$\vec{M}_m \times \vec{\omega}_m + \vec{M}_r \times \vec{\omega}_r - W_p = \frac{dE_c}{dt}$$

equazione del tutto identica a quella ottenuta usando la prima formulazione.

CALCOLO DELLA POTENZA PERSA

Si definisce rendimento di una trasmissione, il rapporto tra la potenza uscente da essa e quella in essa entrante

$$\eta = \frac{W_u'}{W_e'}$$

Applicando il bilancio di potenze alla sola trasmissione, considerata come detto d'inerzia trascurabile, avremo:

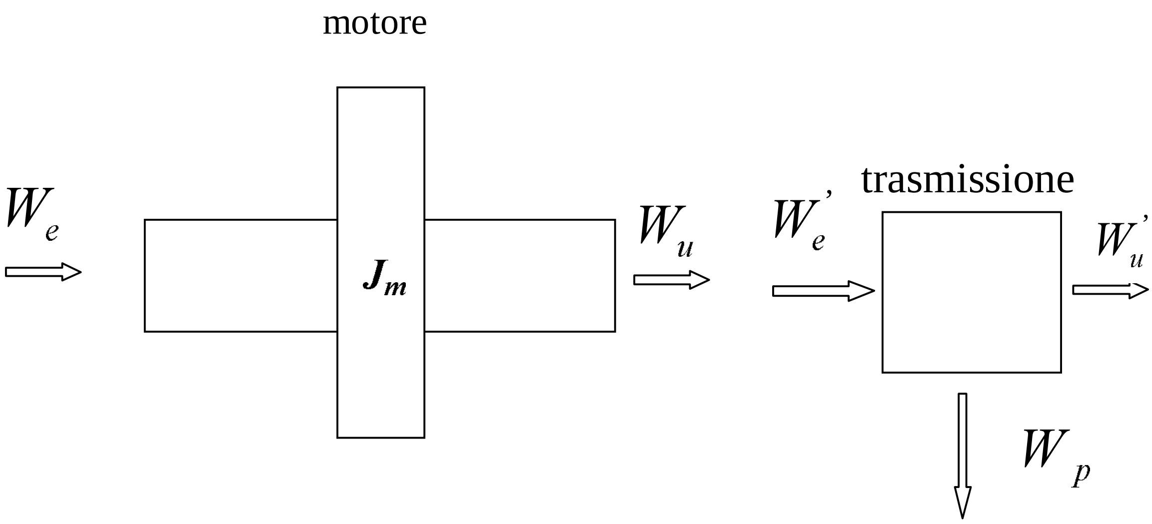
$$W_m - W_r - W_p = 0$$

con

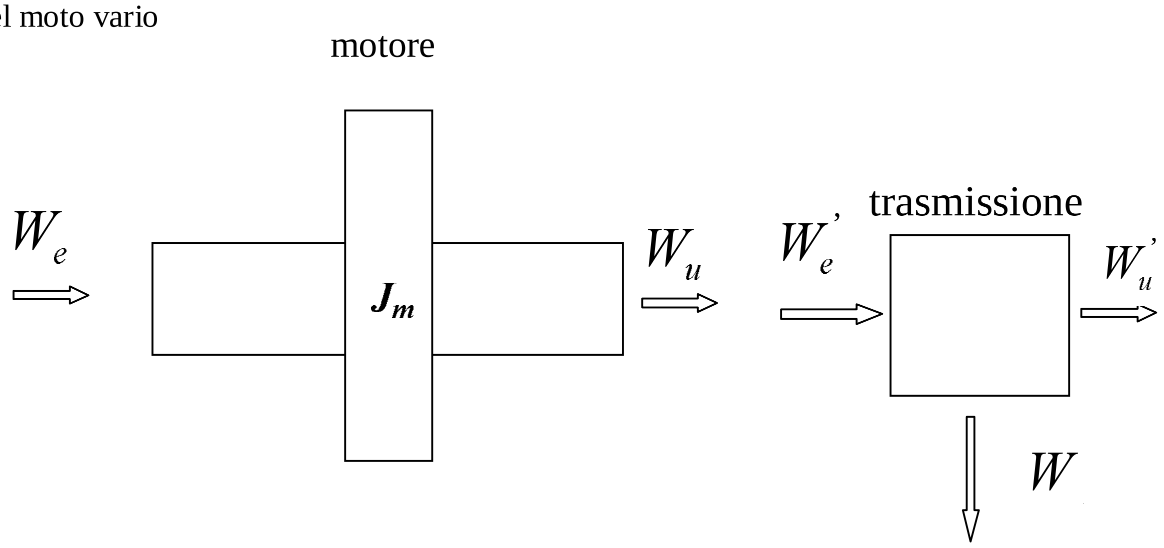
$$W_m = W_e'$$
$$W_r = W_u'$$

per cui

$$W_e' - W_u' - W_p = 0$$
$$W_p = W_e' - \eta W_e' = W_e'(1-\eta)$$



Nel moto vario



Bilancio di potenza del solo motore di momento d'inerzia J_m, detto M_m il momento erogato dal motore alla velocità ω (N.B. in condizione di regime assoluto):

$$M_m\omega_m - W_u = J_m\dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m$$
$$W_u = M_m\omega_m - J_m\dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m$$
$$W_u = W_e'$$

Per la trasmissione, da quanto visto:

$$W_p = W_e'(1-\eta)$$

ovvero, sostituendo:

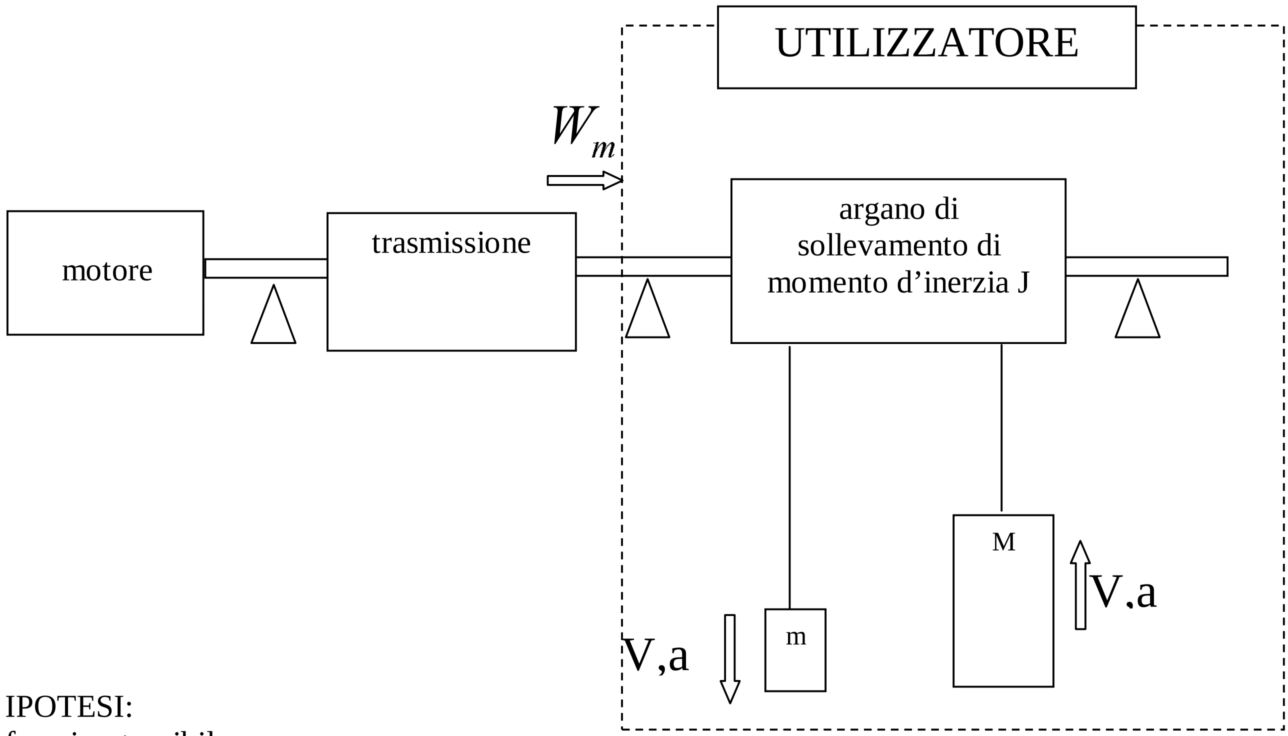
$$W_p = (1-\eta)\left[M_m\omega_m - J_m\dot{\vec{\omega}}_m \times \vec{\omega}_m\right]$$

Il moto nelle trasmissioni è chiamato diretto quando la trasmissione trasmette potenza dall'albero del motore a quello dell'utilizzatore e a questo corrisponde un rendimento η_d in moto diretto.

La potenza W_e' può, in alcuni casi, provenire dal lato dell'utilizzatore (condizione necessaria, ma non sufficiente, $W_r<0$ nella formulazione $W_m - W_r - W_p = \frac{dE_c}{dt}$) e si è in presenza di un moto detto retrogrado, caratterizzato dal corrispondente rendimento η_r (o η^*), in generale diverso da η_d.

Si noti che la definizione di moto retrogrado è legata solamente al verso del flusso di potenza in uscita dalla trasmissione e non a quello delle velocità dei vari organi.

Esempio: montacarichi



IPOTESI:
fune inestensibile
fune di diametro e massa trascurabile
assenza di slittamento tra fune e tamburo dell'argano

Scriviamo il bilancio di potenze per il solo utilizzatore

$$W_m - W_r - W_p = \frac{dE_c}{dt}$$

In salita a regime assoluto $\frac{dE_c}{dt} = 0$ e $W_p=0$

$$W_m = W_r = -M\vec{g} \times \vec{v} - m\vec{g} \times \vec{v} = gv(M - m)$$

se

- $M - m > 0 \Rightarrow W_r > 0$ moto diretto
- $M - m < 0 \Rightarrow W_r < 0$ <u>possibile</u> moto retrogrado (dipende da η_r)

Condizioni opposte valgono in discesa a regime assoluto

$$W_r = -M\vec{g}\times\vec{v} - m\vec{g}\times\vec{v} = gv\left(M-m\right)$$

Si noti, inoltre, che, essendo:

$$v = \omega_t r_t = \tau\omega_m r_t$$

con ω_t velocità angolare dell'argano
r_t raggio del tamburo dell'argano
τ rapporto di trasmissione
ω_m velocità angolare del motore

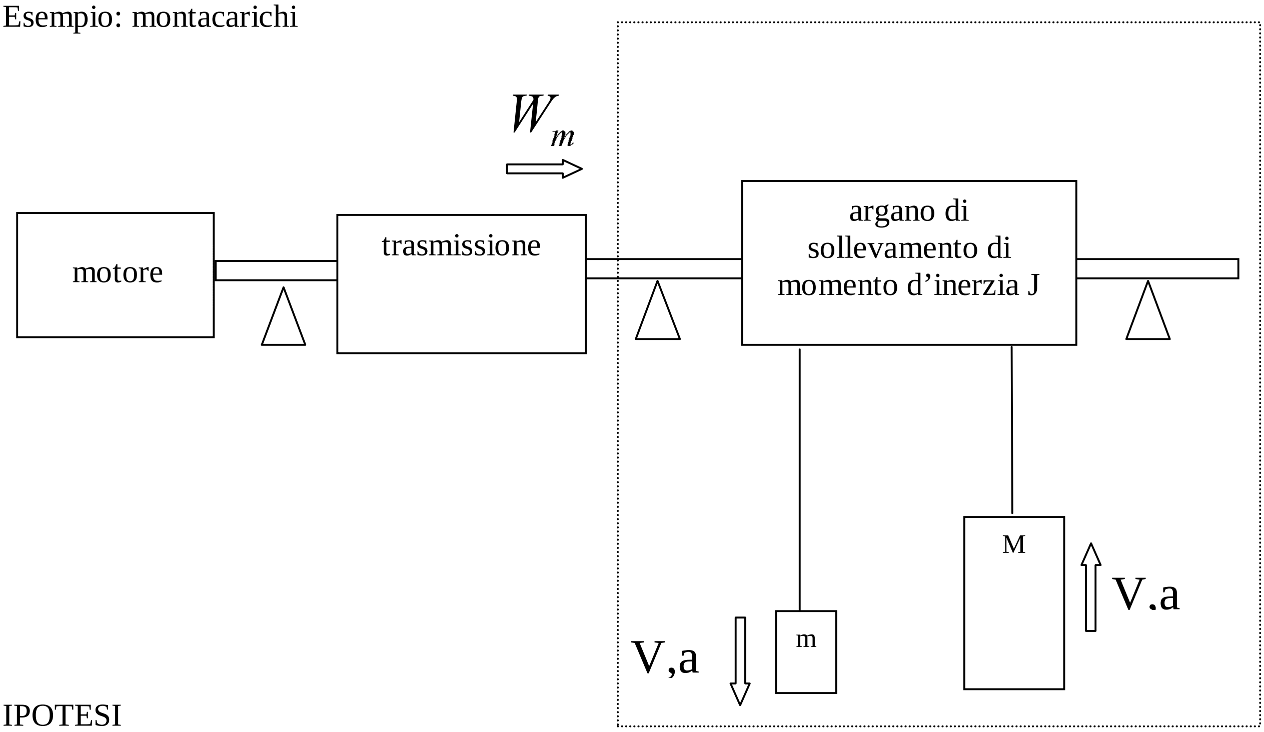
$$W_r = g r_t \tau\left(M-m\right)\omega_m = M_r^{'}\omega_m$$

con curva caratteristica dell'utilizzatore pari a:

$$M_r^{'} = g r_t \tau\left(M-m\right)$$

indipendente dalla velocità angolare della macchina.

Esempio: montacarichi



IPOTESI

- fune inestensibile
- fune di diametro e massa trascurabile
- assenza di slittamento tra fune e tamburo dell'argano

$$W_m - W_r - W_p = \frac{dE_c}{dt}$$

Bilancio di potenze del solo utilizzatore

$$W_m = W_r + \frac{dE_c}{dt}$$

$$W_m = -M\vec{g}\times\vec{v} - m\vec{g}\times\vec{v} + J\dot{\vec{\omega}}_t\times\vec{\omega}_t + M\vec{a}\times\vec{v} + m\vec{a}\times\vec{v}$$

Accelerando in salita

$$W_m = gr_t\left(M-m\right)\tau\omega_m + \left[J + \left(M+m\right)r_t^2\right]\tau^2\dot{\omega}_m\omega_m$$

Ancora una volta se

- $W_m>0$ il moto è diretto
- $W_m<0$ è possibile il moto retrogrado

NOTA

L'accelerazione angolare della macchina è pari a:

$$\dot{\omega}_m = \frac{W_m - g r_t (M - m) \tau \omega_m}{\left[J + (M + m) r_t^2 \right] \tau^2 \omega_m}$$

ovvero quella della cabina

$$a = \dot{\omega}_m \tau r_t = \frac{W_m - g r_t (M - m) \tau \omega_m}{\left[J + (M + m) r_t^2 \right] \tau \omega_m} r_t$$

Aumentando, a esempio, l'inerzia del tamburo dell'argano, o con un volano calettato sull'albero di trasmissione, si riesce a limitare l'accelerazione massima della cabina nelle condizioni di carico minimo (M minimo).