

## Esercitazione 1

Definiamo funzione di affidabilità:

$$R(t) = e^{-\frac{t}{MTBF}}$$

Dove **t** è il tempo di funzionamento per cui vogliamo calcolare l'affidabilità e **MTBF** (Mean Time Between Failure) è il tempo medio fra un guasto e il successivo.

- a) Facendo variare opportunamente **MTBF** fino a  $10^8$  h, calcoliamo i valori di affidabilità per un ora di funzionamento ( $t = 1$  h)

| MTBF     | R(t)                  |
|----------|-----------------------|
| 1,00E+00 | 0,3678794411714420000 |
| 1,00E+01 | 0,9048374180359600000 |
| 1,00E+02 | 0,9900498337491680000 |
| 1,00E+03 | 0,9990004998333750000 |
| 1,00E+04 | 0,9999000049998330000 |
| 1,00E+05 | 0,9999900000500000000 |
| 1,00E+06 | 0,9999990000005000000 |
| 1,00E+07 | 0,9999999000000050000 |
| 1,00E+08 | 0,9999999900000000000 |

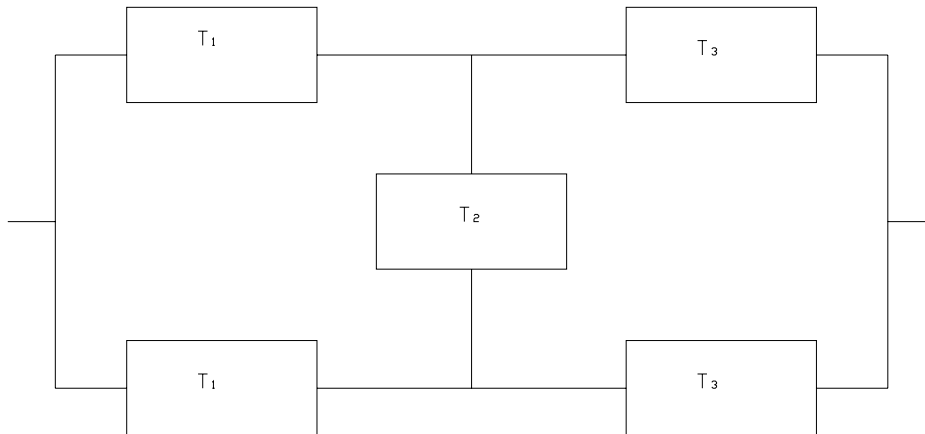
- b) Assegnato un intervallo per la funzione di affidabilità vediamo come varia il **MTBF** per un ora di funzionamento. Invertiamo la funzione di affidabilità, scrivendo **MTBF** in funzione di **R(t)**, come

$$MTBF = -\frac{t}{\ln(R(t))}$$

Adesso, fissato  $t = 1$ , facciamo variare **R(t)** da 0.7 a 1 e otteniamo i seguenti valori per **MTBF**:

| R(t) | MTBF              | R(t) | MTBF               |
|------|-------------------|------|--------------------|
| 0,70 | 2,803673252057130 | 0,86 | 6,630293331203170  |
| 0,71 | 2,919790644807420 | 0,87 | 7,180706269462310  |
| 0,72 | 3,044102343138190 | 0,88 | 7,822683452596530  |
| 0,73 | 3,177520997922570 | 0,89 | 8,581200136822340  |
| 0,74 | 3,321099589363700 | 0,90 | 9,491221581029920  |
| 0,75 | 3,476059496782210 | 0,91 | 10,603253052640100 |
| 0,76 | 3,643825585602060 | 0,92 | 11,993052337608000 |
| 0,77 | 3,826070447222750 | 0,93 | 13,779667258736500 |
| 0,78 | 4,024770704078000 | 0,94 | 16,161510712013100 |
| 0,79 | 4,242279401627490 | 0,95 | 19,495725746223800 |
| 0,80 | 4,481420117724550 | 0,96 | 24,496598261601900 |
| 0,81 | 4,745610790514950 | 0,97 | 32,830795105290800 |
| 0,82 | 5,039028822088810 | 0,98 | 49,498316452509700 |
| 0,83 | 5,366834453799310 | 0,99 | 99,499162473424300 |
| 0,84 | 5,735477907117630 | 1,00 | Infinito           |
| 0,85 | 6,153129380622040 |      |                    |

c) Dato il sistema in figura



vogliamo trovare l'affidabilità per un ora di funzionamento e il **MTBF**. Poiché il nostro sistema non rispecchia nessuna delle strutture da noi conosciute (serie e parallelo), dividiamo il caso in due sottocasi:

- Se **T2** è funzionante, possiamo considerarlo come un corto circuito e possiamo quindi dire che l'affidabilità del sistema sarà data dall'affidabilità del blocco **T2** moltiplicata per la serie delle affidabilità del parallelo **T1//T1** e del parallelo **T3//T3**, in formule

$$R_{T2\text{funzionante}} = R_{T2} (2R_{T1} + R_{T1}^2)(2R_{T3} + R_{T3}^2)$$

- Se **T2** non è funzionante lo consideriamo come un circuito aperto e avremo così che l'affidabilità del nostro sistema sarà il complementare dell'affidabilità di **T2** moltiplicato per il parallelo delle due serie di **T1** e **T3**, otterremo quindi

$$R_{T2\text{nonfunzionante}} = (1 - R_{T2}) (2(R_{T1} + R_{T3}) - R_{T3}^2 R_{T1}^2)$$

L'affidabilità di tutto il mio sistema in ogni situazione sarà quindi la somma dei due casi precedenti.

Assegnati i **MTBF** pari a

$$T1 = 10000 \text{ h}$$

$$T2 = 1000 \text{ h}$$

$$T3 = 20000 \text{ h}$$

e posto **t** = 1 otteniamo che:

|                       |                   |
|-----------------------|-------------------|
| <b>R<sub>T1</sub></b> | 0,999900004999833 |
| <b>R<sub>T2</sub></b> | 0,999000499833375 |
| <b>R<sub>T3</sub></b> | 0,999950001249979 |

Da cui

$$R_{T2\text{funzionante}} = 0,99999987501125$$

$$R_{T2\text{non funzionante}} = 0,99999977503375$$

E infine

$$R_{\text{Sistema}} = 0,99999987491132$$

$$MTBF_{\text{Sistema}} = 79943286,33$$

d) Supponiamo che il nostro velivolo sia un quadrimotore e vogliamo calcolare l'affidabilità di questo, nel caso funzionino tutti i motori, tre motori, due motori e il caso in cui questi due motori siano su ali differenti. Riassumiamo con la tabella seguente tutti i casi possibili

| Motore 1 Ala DX | Motore 2 Ala DX | Motore 1 Ala SX | Motore 2 Ala SX | Affidabilità  |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------|
| X               | X               | X               | X               | $R^4$         |
| X               | X               | X               |                 | $4R^3(1-R)$   |
|                 | X               | X               | X               |               |
| X               |                 | X               | X               |               |
| X               | X               |                 | X               |               |
| X               | X               |                 |                 | $6R^2(1-R)^2$ |
|                 |                 | X               | X               |               |
|                 | X               | X               |                 |               |
| X               |                 | X               |                 |               |
|                 | X               |                 | X               |               |
| X               |                 |                 | X               |               |

In generale l'affidabilità del nostro sistema sarà data da

$$R_s = \sum_{i=r}^n \binom{n}{i} R^i (1-R)^{n-i}$$

dove  $r$  sono i motori funzionanti sugli  $n$  disponibili.

Vogliamo ora calcolare l'affidabilità per una missione 1 h ed il relativo MTBF nel caso in cui il tempo medio di guasto di ogni singolo motore sia pari a 10000 h.

I risultati sono riassunti nella seguente tabella

|                             |                   |
|-----------------------------|-------------------|
| <b>4 motori funzionanti</b> | 0,999600079989334 |
| <b>3 motori funzionanti</b> | 0,999999940013998 |
| <b>2 motori funzionanti</b> | 0,999999999996001 |
| <b>MTBF</b>                 | 250054114397,80   |

Nel caso in cui i due motori funzionanti debbano essere su ali diverse, dobbiamo scartare due casi sopra considerati riducendo il valore di affidabilità dei soli due motori da  $6R^2(1-R)^2$  a  $4R^2(1-R)^2$ .

Ricalcolando il tutto otteniamo

|  |                   |
|--|-------------------|
| <b>2 motori funzionanti su ali diverse</b> | 0,999999980002000 |
| <b>MTBF</b>                                | 50004999,92       |

e) Facciamo ora le stesse considerazioni per un velivolo bimotore che abbia la possibilità di volare con un motore solo. Otteniamo così

| Motore Ala Destra | Motore Ala Sinistra | Affidabilità |
|-------------------|---------------------|--------------|
| X                 | X                   | $R^2$        |
| X                 |                     | $2R(1-R)$    |
|                   | X                   |              |

|                             |                   |
|-----------------------------|-------------------|
| <b>2 motori funzionanti</b> | 0,999800019998667 |
| <b>1 motore funzionante</b> | 0,999999990001000 |
| <b>MTBF</b>                 | 100009999,78      |

## Esercitazione 2

- **Calcolo della temperatura e della pressione al livello del mare**

Per prima cosa calcoliamo la quota, la pressione atmosferica e la temperatura dell'aeroporto, ottenendo:

$$\begin{aligned}z_{aer} &= 400 \text{ ft} = 121,92 \text{ m} \\p_{aer} &= 1006 \text{ mbar} \\T_{aer} &= 27^\circ\text{C} = 300,15 \text{ K}\end{aligned}$$

Essendo il gradiente di temperatura  $a$  pari a  $0,0065 \text{ K/m}$  ottengo facilmente che la temperatura al livello del mare sarà

$$(2.1) \quad T_{lm} = T_{aer} + az_{aer}$$

Sostituendo i valori otteniamo una temperatura  $T_0$  pari a  $300,94248 \text{ K}$ .  
Sfruttando la relazione

$$(2.2) \quad p_{lm} = p_{aer} \left( 1 - \frac{az_{aer}}{T_{lm}} \right)^{-5,25}$$

Possiamo quindi calcolare facilmente anche la pressione al livello del mare ottenendo un valore di  $p_{lm} = 1020,0231 \text{ mbar}$

- **Calcolo degli errori altimetrici**

Innanzitutto sappiamo che la nostra strumentazione è impostata per un  $T_0$  pari a  $288,15 \text{ K}$ .  
Definiamo quindi

### Regolazione QFE

la taratura dello strumento viene fatta sull'aeroporto, ossia viene regolato sulla pista o, in fase d'atterraggio, arriva una comunicazione dalla torre di controllo. Tale taratura si presta molto bene per le fasi di decollo e atterraggio

### Regolazione QNH

la regolazione è fatta in modo tale da fornire la quota dell'aeroporto rispetto al livello del mare

### Regolazione QNE

è la taratura in aria tipo internazionale. Essa genera errori rilevanti a bassa quota, ma è utile per il volo di crociera ad alta quota permettendo di separare le aerovie.

Nei casi QFE, QNH e QNE le pressioni saranno quindi impostate come

$$\begin{aligned}p_{QFE} &= p_{aer} = 1006 \text{ mbar} \\p_{QNH} &= p_0 \text{ (calcolata con } T_0 = 288,15) = 1020,65 \\p_{QNE} &= 1013 \text{ mbar}\end{aligned}$$

Sfruttando quindi il fatto che

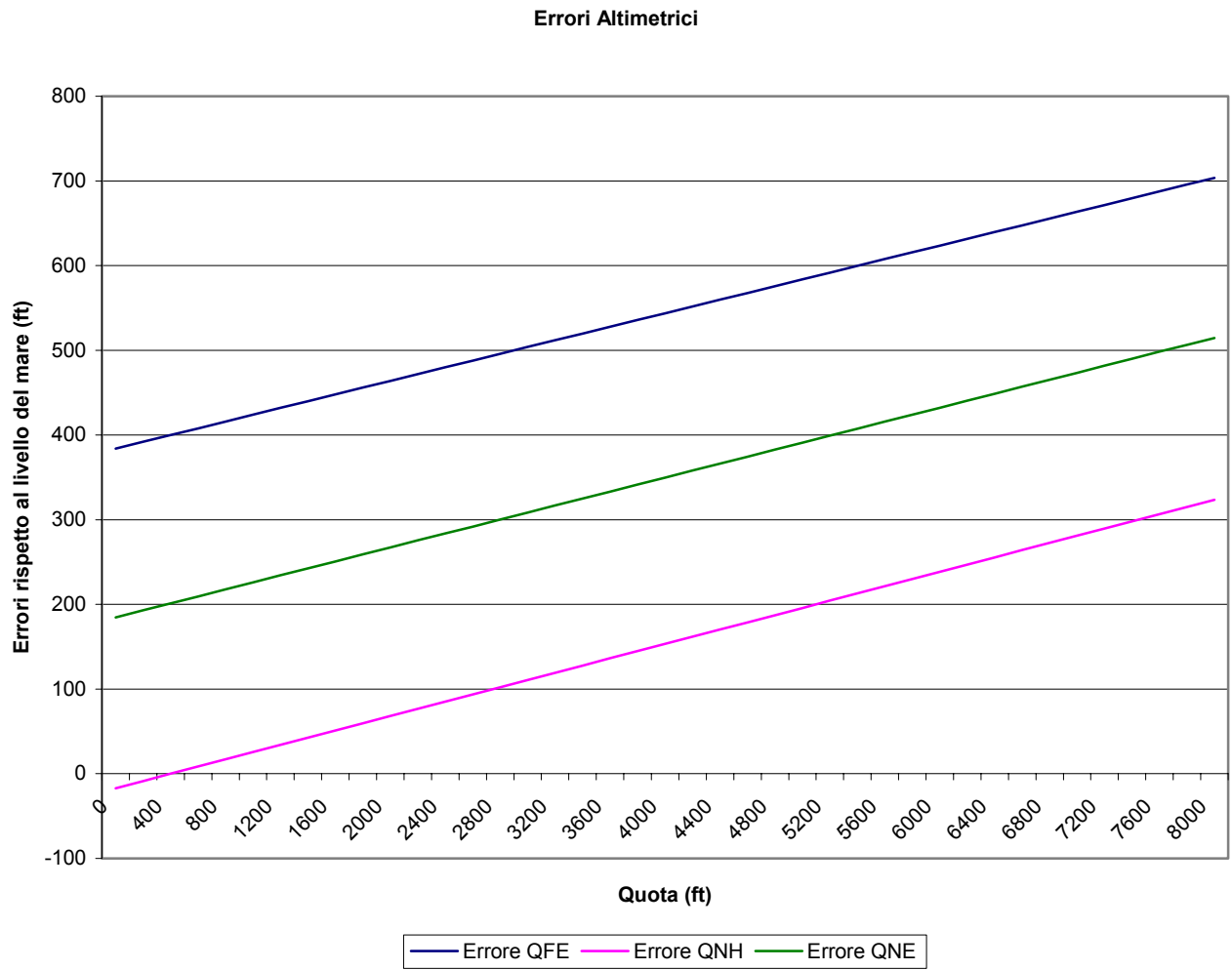
$$(2.3) \quad z_i = \left( \frac{T_0}{a} \right) \left( 1 - \left( \frac{p_{eff}}{p_i} \right)^{\frac{1}{5,25}} \right)$$

e conoscendo le vere condizioni al livello del mare ( $p_{lm}$ ,  $T_{lm}$ ) possiamo calcolare l'effettiva pressione al variare della quota e quindi le varie quote segnalate dagli altimetri al variare dell'impostazione della pressione di riferimento.

Calcolando il tutto fino a un'altezza pari a 8000 piedi otteniamo quanto segue

| Quota Reale [ft] | Pressione Effettiva [mbar] | QFE [ft]     | QNH [ft]    | QNE [ft]     | Errore QFE  | Errore QNH  | Errore QNE  |
|------------------|----------------------------|--------------|-------------|--------------|-------------|-------------|-------------|
| 0                | 1020,0231                  | -384,007996  | 17,04870758 | -184,6907021 | 384,007996  | -17,0487076 | 184,6907021 |
| 200              | 1012,991906                | -192,0106613 | 208,5312946 | 7,057507873  | 392,0106613 | -8,53129462 | 192,9424921 |
| 400              | 1006                       | 0            | 400,0138817 | 198,8057178  | 400         | -0,01388166 | 201,1942822 |
| 600              | 999,0472124                | 192,0106613  | 591,4964687 | 390,5539278  | 407,9893387 | 8,503531303 | 209,4460722 |
| 800              | 992,1333762                | 384,0213227  | 782,9790557 | 582,3021378  | 415,9786773 | 17,02094426 | 217,6978622 |
| 1000             | 985,2583241                | 576,031984   | 974,4616428 | 774,0503478  | 423,968016  | 25,53835723 | 225,9496522 |
| 1200             | 978,4218897                | 768,0426453  | 1165,94423  | 965,7985577  | 431,9573547 | 34,05577019 | 234,2014423 |
| 1400             | 971,6239068                | 960,0533067  | 1357,426817 | 1157,546768  | 439,9466933 | 42,57318315 | 242,4532323 |
| 1600             | 964,8642099                | 1152,063968  | 1548,909404 | 1349,294978  | 447,936032  | 51,09059611 | 250,7050223 |
| 1800             | 958,1426337                | 1344,074629  | 1740,391991 | 1541,043188  | 455,9253706 | 59,60800907 | 258,9568124 |
| 2000             | 951,4590138                | 1536,085291  | 1931,874578 | 1732,791398  | 463,9147093 | 68,12542204 | 267,2086024 |
| 2200             | 944,8131859                | 1728,095952  | 2123,357165 | 1924,539608  | 471,904048  | 76,642835   | 275,4603924 |
| 2400             | 938,2049865                | 1920,106613  | 2314,839752 | 2116,287818  | 479,8933866 | 85,16024796 | 283,7121825 |
| 2600             | 931,6342524                | 2112,117275  | 2506,322339 | 2308,036028  | 487,8827253 | 93,67766092 | 291,9639725 |
| 2800             | 925,1008209                | 2304,127936  | 2697,804926 | 2499,784237  | 495,872064  | 102,1950739 | 300,2157625 |
| 3000             | 918,60453                  | 2496,138597  | 2889,287513 | 2691,532447  | 503,8614026 | 110,7124868 | 308,4675526 |
| 3200             | 912,1452179                | 2688,149259  | 3080,7701   | 2883,280657  | 511,8507413 | 119,2298998 | 316,7193426 |
| 3400             | 905,7227234                | 2880,15992   | 3272,252687 | 3075,028867  | 519,84008   | 127,7473128 | 324,9711326 |
| 3600             | 899,3368859                | 3072,170581  | 3463,735274 | 3266,777077  | 527,8294186 | 136,2647257 | 333,2229226 |
| 3800             | 892,9875451                | 3264,181243  | 3655,217861 | 3458,525287  | 535,8187573 | 144,7821387 | 341,4747127 |
| 4000             | 886,6745414                | 3456,191904  | 3846,700448 | 3650,273497  | 543,808096  | 153,2995517 | 349,7265027 |
| 4200             | 880,3977154                | 3648,202565  | 4038,183035 | 3842,021707  | 551,7974346 | 161,8169646 | 357,9782927 |
| 4400             | 874,1569085                | 3840,213227  | 4229,665622 | 4033,769917  | 559,7867733 | 170,3343776 | 366,2300828 |
| 4600             | 867,9519623                | 4032,223888  | 4421,148209 | 4225,518127  | 567,7761119 | 178,8517905 | 374,4818728 |
| 4800             | 861,7827191                | 4224,234549  | 4612,630797 | 4417,266337  | 575,7654506 | 187,3692035 | 382,7336628 |
| 5000             | 855,6490215                | 4416,245211  | 4804,113384 | 4609,014547  | 583,7547893 | 195,8866165 | 390,9854529 |
| 5200             | 849,5507128                | 4608,255872  | 4995,595971 | 4800,762757  | 591,7441279 | 204,4040294 | 399,2372429 |
| 5400             | 843,4876365                | 4800,266533  | 5187,078558 | 4992,510967  | 599,7334666 | 212,9214424 | 407,4890329 |
| 5600             | 837,4596369                | 4992,277195  | 5378,561145 | 5184,259177  | 607,7228053 | 221,4388553 | 415,7408229 |
| 5800             | 831,4665584                | 5184,287856  | 5570,043732 | 5376,007387  | 615,7121439 | 229,9562683 | 423,992613  |
| 6000             | 825,5082463                | 5376,298517  | 5761,526319 | 5567,755597  | 623,7014826 | 238,4736813 | 432,244403  |
| 6200             | 819,584546                 | 5568,309179  | 5953,008906 | 5759,503807  | 631,6908213 | 246,9910942 | 440,496193  |
| 6400             | 813,6953036                | 5760,31984   | 6144,491493 | 5951,252017  | 639,6801599 | 255,5085072 | 448,7479831 |
| 6600             | 807,8403657                | 5952,330501  | 6335,97408  | 6143,000227  | 647,6694986 | 264,0259202 | 456,9997731 |
| 6800             | 802,0195791                | 6144,341163  | 6527,456667 | 6334,748437  | 655,6588372 | 272,5433331 | 465,2515631 |
| 7000             | 796,2327914                | 6336,351824  | 6718,939254 | 6526,496647  | 663,6481759 | 281,0607461 | 473,5033532 |
| 7200             | 790,4798505                | 6528,362485  | 6910,421841 | 6718,244857  | 671,6375146 | 289,578159  | 481,7551432 |
| 7400             | 784,7606047                | 6720,373147  | 7101,904428 | 6909,993067  | 679,6268532 | 298,095572  | 490,0069332 |
| 7600             | 779,0749031                | 6912,383808  | 7293,387015 | 7101,741277  | 687,6161919 | 306,612985  | 498,2587233 |
| 7800             | 773,4225948                | 7104,394469  | 7484,869602 | 7293,489487  | 695,6055306 | 315,1303979 | 506,5105133 |
| 8000             | 767,8035298                | 7296,405131  | 7676,352189 | 7485,237697  | 703,5948692 | 323,6478109 | 514,7623033 |

Rappresentando il tutto graficamente otteniamo



### Esercitazione 3

Per dimensionare l'impianto idraulico a portata costante consideriamo il caso statico in cui il martinetto è completamente alzato per il dimensionamento del martinetto stesso, dopodiché a ritroso possiamo dimensionare tutto l'impianto.

- **Salita del martinetto**

Dall'equazione di equilibrio nel caso statico abbiamo

$$(3.1) \quad p_m A_m = Mg + kL$$

Da cui imponendo al pistone del martinetto un diametro pari a 70 cm otteniamo una pressione agente su di esso pari a  $p_m = 10,3$  Mpa. L'area del martinetto sarà quindi  $A_m = 38,465$  cm<sup>2</sup>.

Calcoliamo ora la portata di olio che fluisce lungo i condotti. Per far questo dobbiamo ricordarci che il martinetto deve percorrere il cilindro in un tempo  $t = 10$ s.

Considerando il moto uniformemente accelerato, ricaviamo la velocità di salita del martinetto come

$$(3.2) \quad v_m = \frac{L}{t}$$

ottenendo un valore pari a 0,08 m/s. Otteniamo quindi il valore della portata semplicemente come

$$(3.3) \quad Q = Av_m$$

che sarà pari a 0,000308 m<sup>3</sup>/s.

Considerando il fatto che la velocità del fluido nei condotti non deve superare i 4 m/s facciamo l'ipotesi che questi abbiano un diametro  $D_t = 10$  mm. Possiamo infatti verificare che con questa scelta la velocità del fluido nel tubo è pari a  $v_t = 3,92$  m/s.

Esaminiamo ora i vari tratti.

#### Tratto 5 – 6

La pressione all'uscita del distributore è

$$(3.4) \quad p_5 = p_6 + \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D_t} \rho v_t^2$$

svolgendo i conti otteniamo un valore della pressione  $p_5 = 10310000$  Pa.

Dalla tabella realizziamo che per un portata di 308 cm<sup>3</sup>/s abbiamo un  $\Delta p = 760000$  Pa e quindi ricaviamo che  $p_4 = 11070000$  Pa.

#### Tratto 3 – 4

Su questo tratto possiamo trascurare le perdite di carico dovute alla valvola di non ritorno. Possiamo quindi ricavarci  $p_3$  come

$$(3.5) \quad p_3 = p_4 + \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D_t} \rho v_t^2$$

che sarà pari a  $p_3 = 11100000$  Pa.

### Tratto 2 – 3

La potenza fornita dalla pompa è determinabile mediante il prodotto tra portata di fluido  $Q$  che passa attraverso essa e il salto di pressione al suo interno, approssimabile con il valore in uscita, in formule abbiamo

$$(3.6) \quad W_p = Qp_3$$

Facendo i calcoli otteniamo una  $W_p = 3415,692 \text{ W}$ .

Possiamo risalire alla cilindrata della pompa essendo noti il rendimento volumetrico e il numero di giri

$$(3.7) \quad V = \frac{Q}{\eta_v n}$$

e otteniamo un valore  $V = 6,4 \text{ cm}^3$ .

### Tratto 1 – 2

Con l'ipotesi di avere nel serbatoio una pressione pari a quella atmosferica possiamo scrivere che  $p_1 = 101325 \text{ Pa}$  e quindi con un diametro di 10 mm

$$(3.8) \quad p_2 = p_1 - \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D_t} \rho v_t^2$$

ricaviamo  $p_2 = 81717 \text{ Pa}$

Il salto di pressione abbastanza contenuto e pari a 19608 Pa.

Abbiamo quindi finito di esaminare la corsa di salita, passiamo quindi alla discesa del martinetto.

- **Discesa del martinetto**

L'olio fluisce dal martinetto al serbatoio passando attraverso il condotto 5 – 6, già dimensionato, il distributore, il condotto 7 – 8 e la strozzatura. La corsa di discesa deve avvenire in un tempo superiore ai 10 s, supponiamo 14 s. Ovviamente  $P_6$  sarà la stessa che abbiamo determinato prima e anche le dimensioni geometriche del martinetto resteranno inalterate.

Ricalcoliamo quindi la nuova velocità di discesa del martinetto utilizzando la (3.2) e otteniamo un valore pari a  $v_m = 0,057 \text{ m/s}$ . Per il dimensionamento precedente abbiamo che la velocità del fluido nei condotti sarà quindi  $v_t = 2,8 \text{ m/s}$ .

### Tratto 5 – 6

La pressione all'uscita del distributore è

$$(3.9) \quad p_5 = p_6 + \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D_t} \rho v_t^2$$

svolvendo i conti otteniamo un valore della pressione  $p_5 = 10295000 \text{ Pa}$ .

### Tratto 5 – 7

Dalla tabella realizziamo che le perdite di carico dovute al distributore sono  $\Delta p_{57} = 387000 \text{ Pa}$  e quindi ricaviamo che  $p_7 = 9908000 \text{ Pa}$ .



Tratto 7 – 8

Sapendo che  $p_8 = p_1 = 101325$  Pa e che oltre alle perdite di carico distribuite, in questo tratto, vi è anche una strozzatura, posso scrivere

$$(3.10) \quad p_8 = p_7 - \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D_t} \rho v_t^2 - \frac{1}{2} k \rho v_t^2$$

da cui ricavo il valore di k. Imponendo un diametro di 5 mm ottengo che  $k = 168,95$ .  
Dalla tabella fornitaci possiamo quindi ricavare il rapporto di strozzatura  $A_s/A_t = 0,132$ .

La taratura della valvola di sicurezza avviene a circa il 20% in più rispetto alla massima pressione presente nell'impianto, ovvero in  $p_3$ , ottenendo quindi una  $p_t = 13,32$  MPa

RIASSUMENDO I DATI OTTENUTI ABBIAMO

| Punti di Pressione   | Salita      | Discesa     | Condizioni di riposo |
|----------------------|-------------|-------------|----------------------|
| <b>P<sub>1</sub></b> | 101325 Pa   | 101325 Pa   | 101325 Pa            |
| <b>P<sub>2</sub></b> | 81717 Pa    | 101325 Pa   | 101325 Pa            |
| <b>P<sub>3</sub></b> | 11100000 Pa | 101325 Pa   | 101325 Pa            |
| <b>P<sub>4</sub></b> | 11070000 Pa | 101325 Pa   | 101325 Pa            |
| <b>P<sub>5</sub></b> | 10310000 Pa | 10310000 Pa | 10310000 Pa          |
| <b>P<sub>6</sub></b> | 10300000 Pa | 10300000 Pa | 10300000 Pa          |
| <b>P<sub>7</sub></b> | 101325 Pa   | 9908000 Pa  | 101325 Pa            |
| <b>P<sub>8</sub></b> | 101325 Pa   | 101325 Pa   | 101325 Pa            |

**Elettropompa**

- Potenza idraulica 3416 W
- Cilindrata 6,4 cm<sup>3</sup>
- Numero di giri 3000 giri/min
- Rendimento volumetrico 0,96

**Valvola di sicurezza**

- Pressione di taratura 13,32 MPa

**Martinetto**

- Diametro interno 70 mm
- Corsa 800 mm

**Strozzatura**

- Rapporto sezioni  $A_s/A_t = 0,132$

**Tubazioni**

| Tratto | Lunghezza [m] | Diametro [mm] |
|--------|---------------|---------------|
| 1-2    | 1             | 10            |
| 3-4    | 1,5           | 10            |
| 5-6    | 0,5           | 10            |
| 7-8    | 2,5           | 5             |

## Esercitazione 4

- **Dimensionamento dei martinetti**

Per il dimensionamento dei martinetti, come nel caso statico, calcoliamo la forza massima agente su di essi come

$$(4.1) \quad \begin{aligned} F_{1\max} &= 10000 + 25000L_1 \\ F_{2\max} &= -10000 + 50000L_2 \end{aligned}$$

ottenendo come risultato  $F_{1\max} = 30000$  N e  $F_{2\max} = 20000$  N

A questo punto possiamo ricavarci l'area dei martinetti semplicemente dividendo la forza massima di ogni martinetto per la pressione fornitaci dalla pompa e ottenendo quindi

$$(4.2) \quad \begin{aligned} A_1 &= \frac{F_{1\max}}{P} \\ A_2 &= \frac{F_{2\max}}{P} \end{aligned}$$

con valori di  $A_1 = 0.0015$  m<sup>2</sup> e  $A_2 = 0.001$  m<sup>2</sup>.

- **Limitazione delle velocità di azionamento**

Il procedimento che ora illustreremo per la limitazione delle velocità è uguale per entrambi i martinetti e quindi ci limiteremo a descriverlo per il primo.

Per limitare la velocità di azionamento abbiamo due strade possibili: la prima è quella di considerare la perdita di carico concentrata, la seconda è di considerarla distribuita. Risulta conveniente scegliere la seconda strada in quanto la prima ci porterebbe a dover risolvere un'equazione differenziale non lineare.

Considerando delle perdite di carico distribuite possiamo quindi scrivere

$$(4.3) \quad \Delta p = \frac{1}{2} \rho v_t^2 \frac{L}{d} \lambda$$

dove L è la lunghezza del condotto, d il diametro del condotto,  $\lambda$  il coefficiente di attrito che possiamo assumere a  $64/Re$ ,  $\rho$  la massa volumica dell'olio e  $v_t$  la velocità del fluido nei condotti.

Per l'equilibrio inoltre avremo che

$$(4.4) \quad A_t v_t = A_m \dot{x}$$

Scriviamo quindi l'equilibrio dinamico per il martinetto 1 e otteniamo

$$(4.5) \quad M_{eq} \ddot{x} = PA_m - \Delta PA_s - F_1$$

dove per  $A_s$  intendiamo l'area dove c'è lo stelo che è pari a  $3/4 A_m$ .

Svolgendo i vari passaggi e sostituendo le relazioni prima introdotte abbiamo

$$(4.6) \quad M_{eq} \ddot{x} = PA_m - \frac{1}{2} \rho v_t^2 \frac{L}{d} \frac{64}{Re} \frac{3}{4} A_m - 10000 - 25000x$$

e sostituendo i valori numerici ricaviamo

$$(4.7) \quad 1500\ddot{x} + (2,2E - 6) \frac{L}{d^4} \dot{x} + 25000x = 20000$$

Ponendo  $a = 1500$ ,  $b = 2,2E-6$  e  $c=25000$ , possiamo ricavare immediatamente l'integrale particolare, che sarà uguale a 0,8 e esprimere quello generale come

$$(4.8) \quad x(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t}$$

con

$$(4.9) \quad \lambda_{1,2} = \frac{-b \frac{L}{d^4} \pm \sqrt{b^2 \frac{L^2}{d^8} - 4ac}}{2a}$$

Ricaviamo  $k_1$  e  $k_2$  con le condizioni al contorno del tipo

$$(4.10) \quad \begin{cases} x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$$

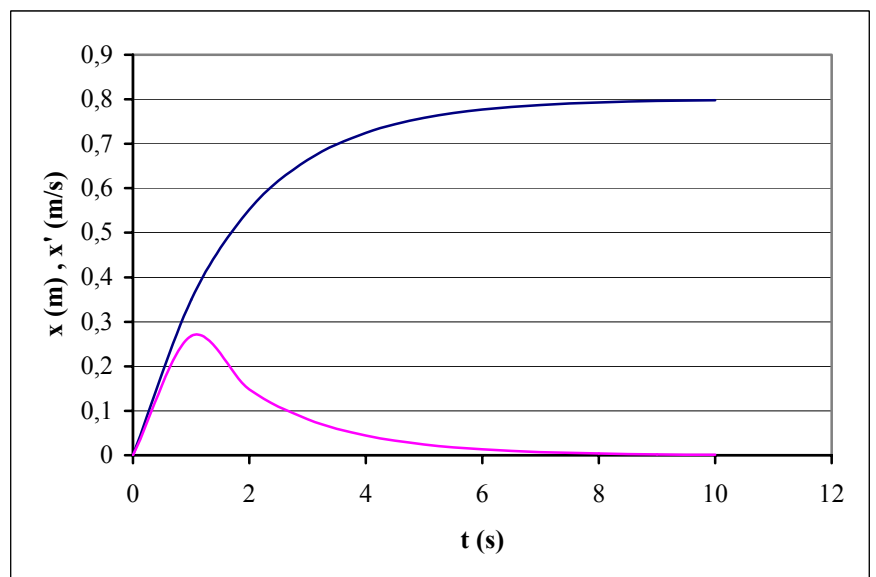
ottenendo

$$(4.11) \quad x(t) = \left( \frac{0,8\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \right) e^{\lambda_1 t} + \left( \frac{0,8\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \right) e^{\lambda_2 t} + 0,8$$

A questo punto necessario è scegliere i valori di  $L$  e  $d$  tali per cui l'azionamento del martinetto avviene in un tempo di 10 secondi.

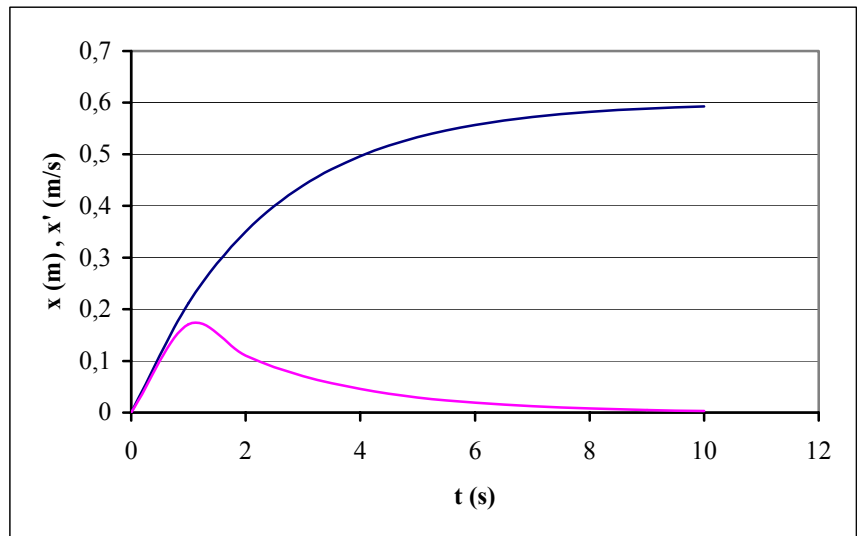
Per  $L = 5$  m e  $d = 0,004$  m si ottiene

| tempo (s) | $x(t)$ [m] | $v_m(t)$ [m/s] |
|-----------|------------|----------------|
| 0         | 0          | 0              |
| 1         | 0.34968    | 0.268486       |
| 2         | 0.551921   | 0.147908       |
| 3         | 0.663334   | 0.081482       |
| 4         | 0.724712   | 0.044888       |
| 5         | 0.758524   | 0.024728       |
| 6         | 0.777151   | 0.013623       |
| 7         | 0.787413   | 0.007505       |
| 8         | 0.793066   | 0.004134       |
| 9         | 0.79618    | 0.002278       |
| 10        | 0.797896   | 0.001255       |



Procedendo analogamente per il martinetto 2 e scegliendo  $L = 30$  m e  $d = 0,004$  otteniamo

| tempo (s) | $x(t)$ [m] | $v_m(t)$ [m/s] |
|-----------|------------|----------------|
| 0         | 0          | 0              |
| 1         | 0.21155    | 0.171154       |
| 2         | 0.349976   | 0.110162       |
| 3         | 0.439073   | 0.070905       |
| 4         | 0.49642    | 0.045638       |
| 5         | 0.533331   | 0.029375       |
| 6         | 0.557089   | 0.018907       |
| 7         | 0.572381   | 0.012169       |
| 8         | 0.582223   | 0.007833       |
| 9         | 0.588558   | 0.005041       |
| 10        | 0.592635   | 0.003245       |



### Esercitazione 5

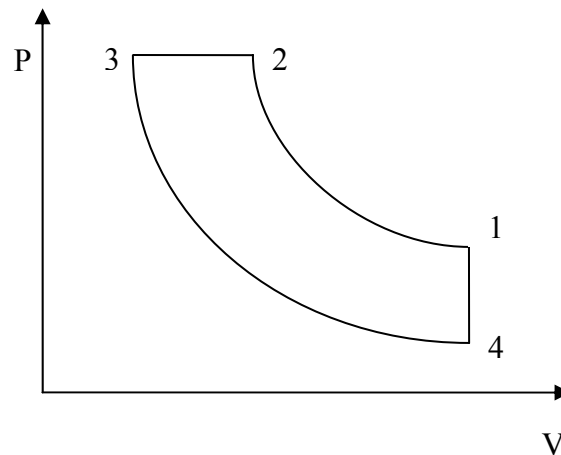
Dobbiamo analizzare l'effetto sul dimensionamento dell'accumulatore e del martinetto delle variazioni di pressione minima utile nell'accumulatore e calcolare la temperatura alla quale si porta il gas nell'accumulatore durante il suo caricamento e durante il suo impiego in emergenza nell'ipotesi di comportamento politropico nelle fasi di carica e scarica con un coefficiente  $\gamma = 1,15$ . Sappiamo dai dati fornitici che l'impianto è alimentato con una pressione pari a 16 MPa. L'accumulatore inserito nel circuito permette il funzionamento del martinetto anche in caso di rottura della pompa. Possiamo quindi calcolare la forza massima agente sul martinetto come

$$(5.1) \quad F_{\max} = 15000 + 30000L$$

dove L è la corsa massima del martinetto.

Svolgendo i conti otteniamo così un valore  $F_{\max} = 39000 \text{ N}$ .

Sappiamo che il gas ha un comportamento politropico, quindi avremo una fase di carica 1-2 che può essere considerata adiabatica, una fase 2-3 di raffreddamento dove il gas torna alla temperatura ambiente che può essere considerata isobara e una fase 3-4 di scaricamento che considereremo anch'essa adiabatica. Quest'ultimo tratto sarà ovviamente percorso solo in caso di rottura della pompa. Il grafico del ciclo sarà quindi



Dal grafico notiamo che la pressione minima  $P_4$  alla quale dobbiamo dimensionare l'apparato non coincide con la pressione di precarica  $P_1$ . Questo è dovuto al fatto che nella fase 2-3 si verifica una perdita di energia dovuta al ritorno a temperatura ambiente dell'accumulatore. Calcoliamo quindi i punti del ciclo come volume, pressione e temperatura.

Sappiamo che  $P_3 = 16 \text{ Mpa}$  è la pressione imposta con cui l'impianto viene alimentato.

Notiamo inoltre che la differenza tra i volumi  $V_3$  e  $V_4$  è pari al volume di olio scaricato dal martinetto, quindi scriviamo

$$(5.2) \quad \begin{cases} A_m = \frac{F_{\max}}{P_4} \\ V_4 - V_3 = A_m \\ P_3 V_3^\gamma = P_4 V_4^\gamma \end{cases}$$

Dove l'ultima equazione rappresenta l'adiabatica 3-4

Svolgendo il sistema ricaviamo

$$(5.3) \quad V_4 = \frac{P_3^\gamma A_m L}{P_3^\gamma - P_4^\gamma}$$

Poiché la pressione minima  $P_4$  la otteniamo per il volume massimo dell'accumulatore, imponiamo che  $\frac{\partial V_4}{\partial P_4} = 0$ , che ci permette di ottenere

$$(5.4) \quad P_4 = \left( \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right)^\gamma P_3$$

e quindi una  $P_4 = 7791450$  Pa.

Ricaviamo quindi anche il volume  $V_4 = 0,008609 \text{ m}^3$  e  $V_3 = 0,004605 \text{ m}^3$ .

Essendo poi  $P_2 = P_3 = 16000000$  Pa e  $V_1 = V_4 = 0,008609 \text{ m}^3$  ci rimangono da calcolare solo  $P_1$  e  $V_2$ . Dall'isoterma 1-3 otteniamo immediatamente che

$$(5.5) \quad P_1 = P_3 \frac{V_3}{V_1}$$

e quindi  $P_1 = 8558140$  Pa mentre per la 1-2 possiamo scrivere

$$(5.6) \quad V_2 = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^\frac{1}{\gamma} V_1$$

trovando  $V_2 = 0,004997 \text{ m}^3$ .

A questo punto determiniamo l'area del martinetto con il relativo diametro. Dalla prima equazione del sistema (5.2) abbiamo che  $A_m = 0,005005 \text{ m}^2$  da cui otteniamo  $D_m = 80$  mm.

Infine ci restano solo da determinare le temperature di esercizio del nostro impianto. Essendo la temperatura ambiente pari a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  abbiamo che  $T_1 = T_3 = 293,15$  K. Essendo 2-3 una trasformazione isobara otteniamo che

$$(5.7) \quad T_2 = \frac{V_2}{V_3} T_3$$

e ricaviamo  $T_2 = 318,0785$  K. Per trovare  $T_4$  sfruttiamo il fatto che  $V_1 = V_4$  e quindi abbiamo

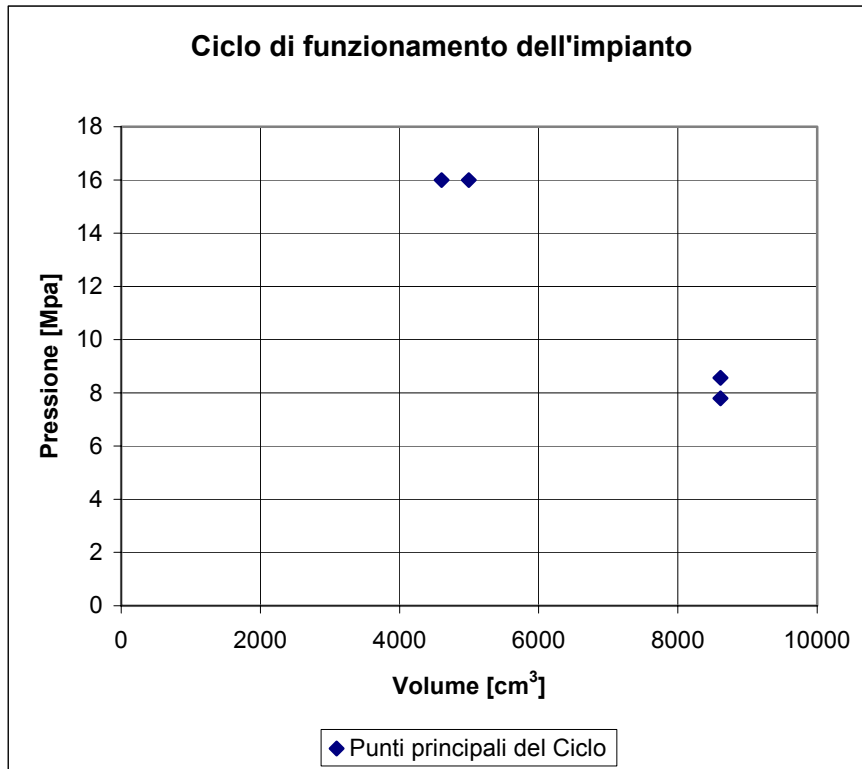
$$(5.8) \quad T_4 = \frac{T_1}{P_1} P_4$$

da cui  $T_4 = 266,8879$  K.

Riassumiamo quindi le caratteristiche ottenute nella seguente tabella

| Punto | Volume [m <sup>3</sup> ] | Pressione [Pa] | Temperatura [K] |
|-------|--------------------------|----------------|-----------------|
| 1     | 0,008609                 | 8558140        | 293,15          |
| 2     | 0,004997                 | 16000000       | 318,0785        |
| 3     | 0,004605                 | 16000000       | 293,15          |
| 4     | 0,008609                 | 7791450        | 266,8879        |

e rappresentiamo il grafico dei punti principali di funzionamento del nostro impianto



## Esercitazione 6

- **Determinazione della curva caratteristica della pompa**

Ipotizziamo un andamento parabolico per la curva caratteristica della pompa e scriviamola come

$$(6.1) \quad \Delta p = \Delta p_{\max} \left( A \left( \frac{Q}{Q_{\max}} \right)^2 + B \left( \frac{Q}{Q_{\max}} \right) + C \right)$$

per trovare i coefficienti A, B, C impongo le tre condizioni dettate dal problema, ovvero

$$(6.2) \quad \begin{aligned} \Delta P(Q_{\max}) &= 0 \\ \Delta P\left(\frac{1}{10}Q_{\max}\right) &= \Delta P_{\max} \\ \left. \frac{\partial P}{\partial Q} \right|_{\frac{1}{10}Q_{\max}} &= 0 \end{aligned}$$

Ottenendo così  $A = -100/81 = -1,23457$  ;  $B = 20/81 = 0,246914$  ;  $C = 80/81 = 0,987654$   
I valori  $p_{\max}$  e  $q_{\max}$  li determineremo poi.

- **Analisi delle condizioni di funzionamento**

Le pompe che stiamo dimensionando devono essere in grado di vincere sia le perdite di carico distribuite che quelle concentrate nei condotti, garantendo la pressione massima e minima all'ingresso dei motori ad una certa portata di combustibile. La curva caratteristica determinata parzialmente nel punto precedente deve cadere dentro le due cosiddette curve limite. Per determinarle dobbiamo considerare tre casi:

- 1) Condizioni normali di esercizio: entrambe le pompe sono operative
- 2) Condizione di emergenza: alimentazione da un solo serbatoio, linea di cross-feed vicino ai serbatoi
- 3) Condizione di emergenza: alimentazione da un solo serbatoio, linea di cross-feed vicino ai motori

Possiamo scrivere che

$$(6.3) \quad \Delta P_{tot} = \Delta P_{distribuite} + \Delta P_{concentrate} = 1,25 \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D} \rho v^2$$

Se scegliamo un diametro  $D = 25$  mm e calcoliamo la velocità di flusso del carburante, otteniamo  $V = 0,363$  m/s, calcolato con la portata  $Q$  fornitaci, e quindi un numero di Reynolds pari a 3540. Questo è indice che il moto nel condotto è turbolento e quindi è soddisfatto il coefficiente delle perdite di carico  $\lambda = 0,03$ . L'area del condotto sarà quindi  $A = 0,000491$  m<sup>2</sup>.

Scriviamo ora il  $\Delta P_{tot}$  come

$$(6.4) \quad \Delta P_{tot} = 1,25 \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D} \rho \left( \frac{Q}{A} \right)^2 = KQ^2$$

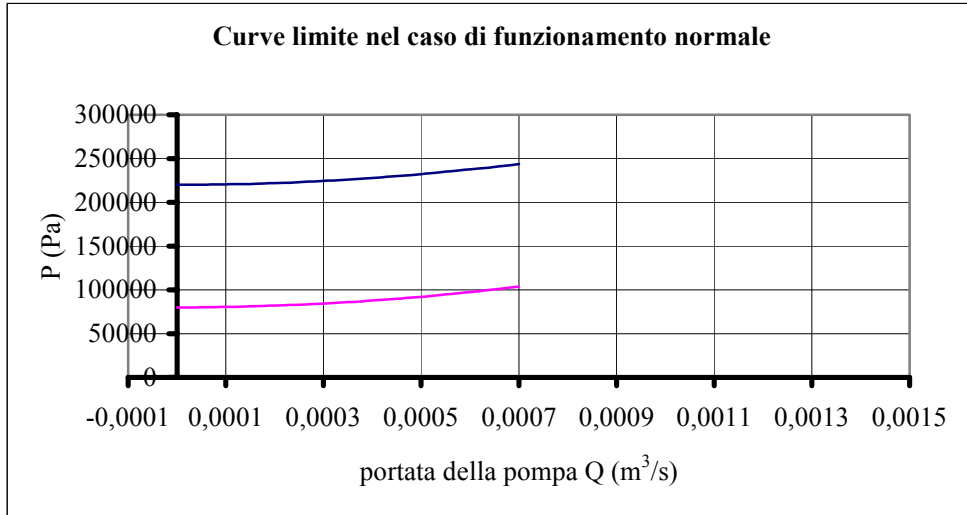


Nel nostro caso  $K = 48605622946 \text{ [Pa}\cdot\text{s}^2/\text{m}^6]$   
Le curve limite nel caso 1) sono quindi date da

$$(6.5) \quad \begin{aligned} P_{\text{sup}} &= P_{\text{max}} + KQ^2 \\ P_{\text{inf}} &= P_{\text{min}} + KQ^2 \end{aligned}$$

per un portata  $Q$  che varia da 0 a  $0,000712 \text{ m}^3/\text{s}$

Graficamente otteniamo

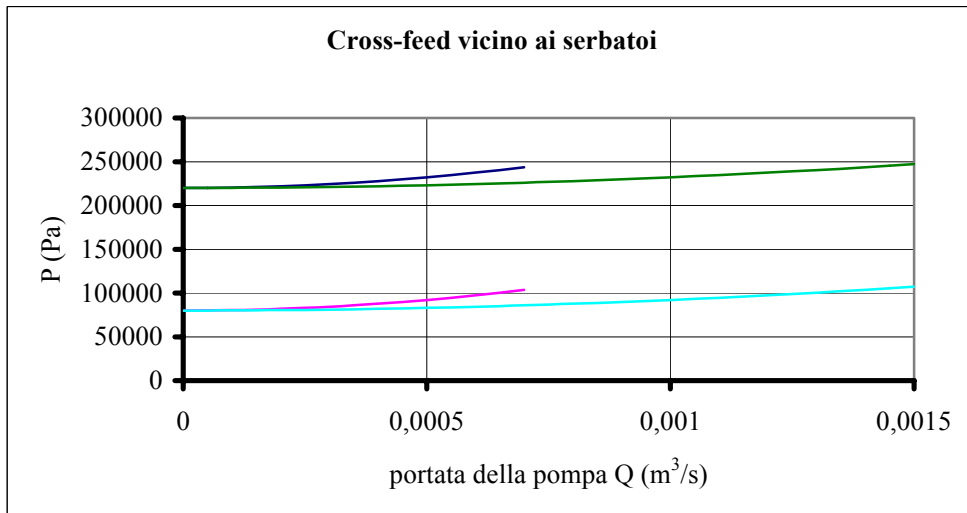


Le curve limite nel caso 2) saranno caratterizzate dalle stesse perdite di carico e da una portata doppia. Avremo quindi che

$$(6.6) \quad \begin{aligned} P_{\text{sup}} &= P_{\text{max}} + K\left(\frac{Q}{2}\right)^2 \\ P_{\text{inf}} &= P_{\text{min}} + K\left(\frac{Q}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

per un portata  $Q$  che varia da 0 a  $0,001428 \text{ m}^3/\text{s}$

Graficamente otteniamo



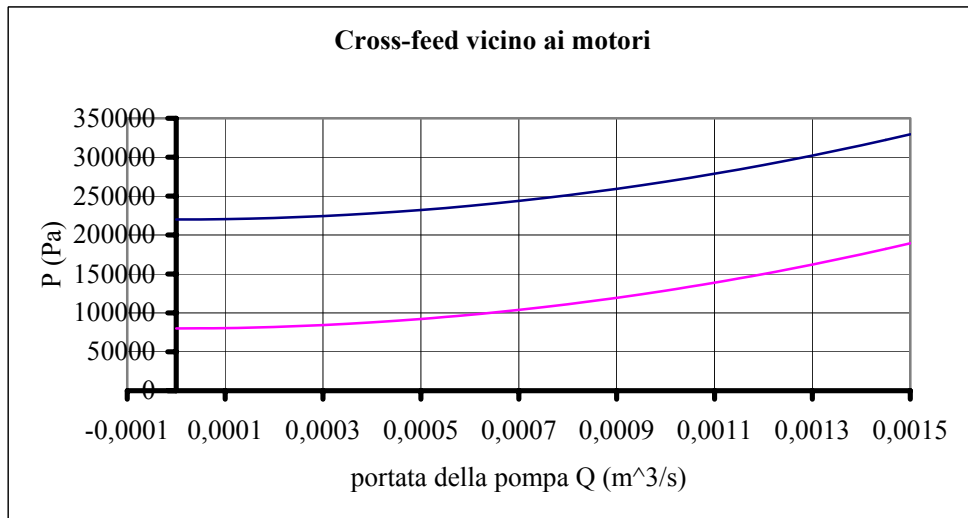
Nell'ultimo caso infine oltre ad avere una portata doppia, avremo anche delle perdite di carico doppie, ovvero

$$(6.7) \quad P_{\text{sup}} = P_{\text{max}} + 4K \left( \frac{Q}{2} \right)^2$$

$$P_{\text{inf}} = P_{\text{min}} + 4K \left( \frac{Q}{2} \right)^2$$

per un portata Q che varia da 0 a 0,001428 m<sup>3</sup>/s.

Graficamente otteniamo



- **Dimensionamento nelle condizioni di cross – feed vicino ai serbatoi**

Scriviamo la potenza della pompa come

$$(6.8) \quad W = Q\Delta P = \Delta p_{\text{max}} \left( A \frac{Q^3}{Q_{\text{max}}^2} + B \frac{Q^2}{Q_{\text{max}}} + CQ \right)$$

Imponiamo la condizione di potenza massima della pompa per la portata pari a 0,001428 m<sup>3</sup>/s, ovvero

$$(6.9) \quad \frac{\partial W}{\partial Q} = \Delta p_{\text{max}} \left( 3A \frac{Q^2}{Q_{\text{max}}^2} + 2B \frac{Q}{Q_{\text{max}}} + C \right) = 0$$

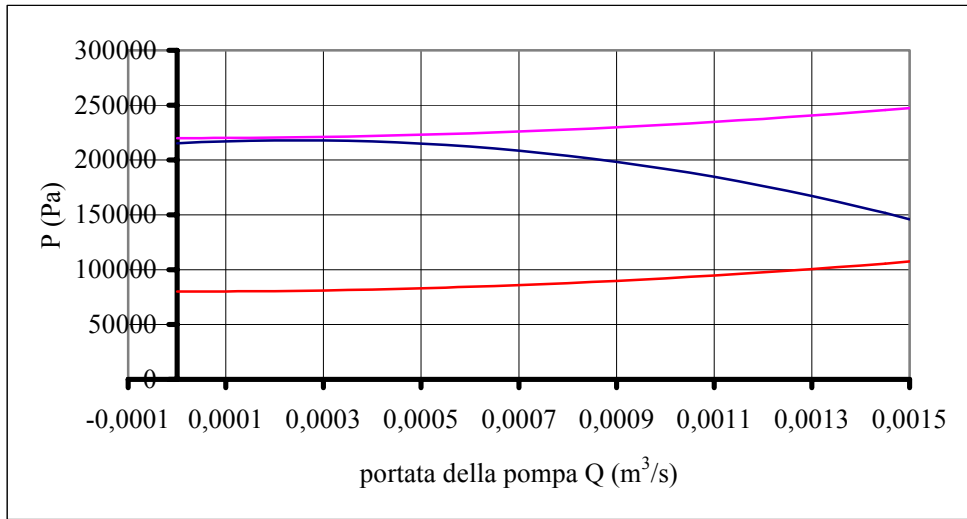
da cui ricaviamo che  $Q_{\text{max}} = 0,002431 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Consideriamo inoltre un piccolo scarto tra la pressione massima di ingresso al motore e quella limite di funzionamento dello stesso. Imponiamo quindi  $\Delta P_{\text{max}} = 218000 \text{ Pa}$

Otteniamo così un'espressione per  $\Delta P$  pari a

$$(6.10) \quad \Delta p = -45542000000Q^2 + 22141000Q + 215297$$

Rappresentandola graficamente abbiamo

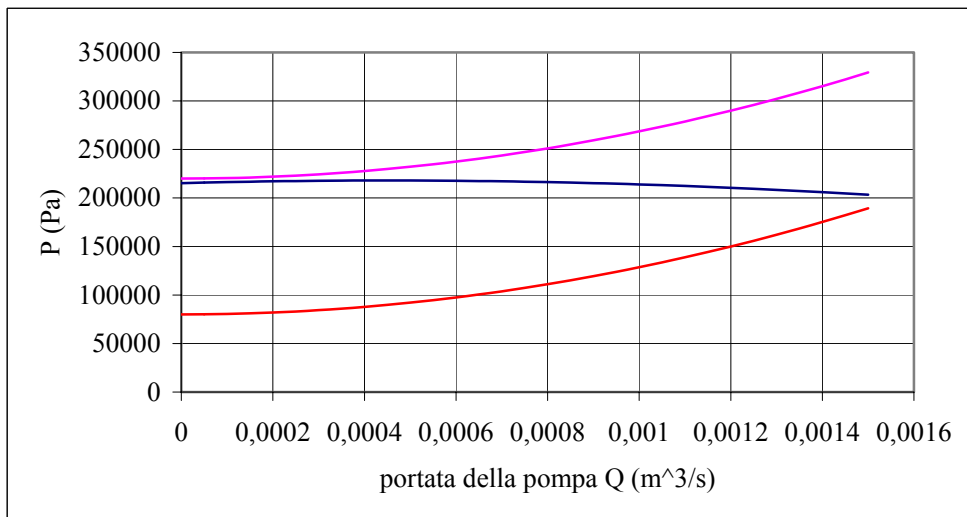


• Dimensionamento nelle condizioni di cross – feed vicino ai motori

In questo caso fissiamo ancora una volta  $\Delta P_{\max} = 218000$  Pa e poi studiamo come varia la curva caratteristica al variare di  $Q_{\max}$ . Non procediamo come prima in quanto otterremmo la stessa curva che non starebbe nei vincoli. Scegliamo quindi noi una  $Q_{\max} = 0,0045$  m<sup>3</sup>/s che ci permette di restare tra i limiti. Infatti sostituendo i valori otteniamo una curva caratteristica

$$(6.11) \quad \Delta p = -13290656912Q^2 + 11961591Q + 215308$$

che rappresentandola graficamente conferma quanto detto.



## Esercitazione 7

- **Dimensionamento dei freni del velivolo**

Il numero dei dischi necessari all'arresto del velivolo si calcola applicando un equilibrio energetico tra l'energia cinetica da smaltire durante la frenata e l'energia dissipata nell'impianto frenante.

Possiamo quindi scrivere che

$$(7.1) \quad E_c = \frac{1}{2}MV^2 = mc\Delta T = E_d$$

dove  $m$  è la massa frenante,  $c$  la capacità termica del materiale e  $\Delta T$  è la differenza massima di temperatura sopportabile dall'impianto. Otteniamo così un valore di  $E_c = 37500$  KJ. Ricordando che il 60 % dell'energia viene smaltita dai freni, e ipotizzando che i dischi del freno siano inizialmente alla temperatura ambiente di 15 °C si ricava la massa totale frenante necessaria per ruota come:

$$(7.2) \quad m = \frac{0,6E_c}{4c\Delta T} = 27,70649 \text{ Kg}$$

Adesso immaginiamo di avere un solo disco di massa  $m$  e per calcolarne le dimensioni consideriamo un disco di diametro massimo pari a  $d_{\max} = 34$  cm e di diametro minimo pari a  $d_{\min} = 17$  cm.

Ricaviamo quindi lo spessore del disco come

$$(7.3) \quad s = \frac{m}{\pi\rho\left(\left(\frac{d_{\max}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{\min}}{2}\right)^2\right)}$$

dove sostituendo i valori otteniamo  $s = 0,052165$  m. Scegliamo quindi di mettere 4 freni a disco su ciascuna delle 4 ruote ottenendo per ciascun disco le seguenti caratteristiche

|                              |          |
|------------------------------|----------|
| diametro massimo di un disco | 34 cm    |
| diametro minimo di un disco  | 17 cm    |
| spessore di un disco         | 14 mm    |
| massa di un disco            | 7,436 Kg |

- **Dimensionamento delle pastiglie dei freni del velivolo (consideriamo una sola ruota)**

Bilanciando la forza frenante con la forza d'inerzia del velivolo abbiamo

$$(7.4) \quad F_{fr} = F_i = Ma$$

dove  $F_i = 120000$  N. Riferendoci ad una sola ruota possiamo calcolare la coppia frenante come

$$(7.5) \quad C_f = \frac{D}{2n} F_{fr}$$

dove  $n$  è il numero di ruote frenante e pari a 4. Otteniamo così un valore di  $C_f = 9000$  Nm.

La potenza massima quindi richiesta per la frenata sarà

$$(7.6) \quad W_{\max} = \frac{F_f \cdot v}{n}$$

ottenendo un  $W_{\max} = 1500 \text{ KW}$ .

L'area minima delle pastiglie sarà immediatamente ricavabile da

$$(7.7) \quad A_{p\min} = \frac{W_{\max}}{W_{\text{spec}}}$$

e la distanza del baricentro dal mozzo sarà

$$(7.8) \quad b = \frac{1}{2} \left( \frac{d_{\max}}{2} + \frac{d_{\min}}{2} \right)$$

Sostituendo i valori otteniamo  $A_{p\min} = 0,340136 \text{ m}^2$  e  $b = 0,1275 \text{ m}$ .  
Ricaviamo quindi la pressione necessaria per la frenata come

$$(7.9) \quad P = \frac{C_f}{b A_{p\min} \mu}$$

Sostituendo otteniamo  $P = 691764,7 \text{ Pa}$ .

- **Calcolo del numero di atterraggi consentiti** (consideriamo una sola ruota)

Calcoliamo il volume di pastiglie usurato ad ogni atterraggio come

$$(7.10) \quad V_{pu} = \frac{0,6 E_c}{nu}$$

dove  $u$  è il coefficiente di usura delle pastiglie. Da questo ricaviamo immediatamente lo spessore delle pastiglie usurato

$$(7.11) \quad s_{pu} = \frac{V_{pu}}{(A_{p\min})}$$

Otteniamo così un valore di  $s_{pu} = 0,00520833 \text{ mm}$ . Ricaviamo quindi direttamente che con  $10 \text{ mm}$  di pastiglie posso effettuare un numero di atterraggi pari a circa 1920

- **Dilatazioni del disco**

Per calcolare le dilatazioni del disco ragioniamo in due modi: il primo è quello di considerare l'area imposta costante e calcolare la sola variazione di spessore, mentre la seconda è quella di considerare spessore e diametro interni costanti e calcolare la variazione del diametro esterno. Così facendo non riproduciamo esattamente quello che accade nella realtà ma comunque ci mettiamo a favore della sicurezza in quanto le dilatazioni che calcoleremo saranno massime.

Procediamo quindi con il primo calcolo

La variazione dello spessore è immediatamente ricavabile come

$$(7.12) \quad \Delta s = \alpha s \Delta T_{\max}$$

svolgendo i conti troviamo un  $\Delta s = 0,081$  mm.

Scriviamo similmente la variazione di volume come

$$(7.13) \quad \Delta V = \alpha V \Delta T_{\max}$$

ricaviamo quindi un  $\Delta V = 5548,3$  mm<sup>3</sup>.

Ricaviamo quindi il volume del disco dilatato sommando al volume di partenza il  $\Delta V$  appena ottenuto e quindi ricalcoliamo il diametro esterno, ottenendo  $d_{\max, \text{dilatato}} = 340,74$  mm.

## Esercitazione 8

La condizione più gravosa che deve sostenere il carrello è sicuramente in fase di atterraggio, dove deve essere in grado di assorbire tutta l'energia cinetica relativa alla componente verticale della velocità del velivolo all'istante del contatto con il terreno e la variazione di energia potenziale. Dalla conservazione dell'energia abbiamo

$$(8.1) \quad \frac{1}{2}mv_z^2 + mg\delta = \int_0^\delta Ld\delta + \int_0^\delta Rd\delta$$

dove  $\delta$  è la coordinata dello spostamento del pistone e  $R$  la reazione scambiata tra l'ammortizzatore e il terreno. In volo la portanza  $L$  è naturalmente uguale al peso  $Q$  del velivolo, mentre una volta toccata terra, come da norme, la portanza si riduce ad un valore definito per lo schiacciamento massimo, indicato con  $\Delta$ , pari a un terzo del peso del velivolo. Possiamo quindi scrivere

$$(8.2) \quad \int_0^\Delta Ld\delta = \frac{1}{2}\left(Q + \frac{Q}{3}\right)\Delta = \frac{2}{3}mg\Delta$$

Introduciamo ora il rendimento dell'ammortizzatore

$$(8.3) \quad \eta = \frac{Rd\delta}{R_{\max}\Delta}$$

Sostituendo il tutto nell'equazione di bilancio possiamo scrivere quindi che

$$(8.4) \quad \frac{1}{2}mv_z^2 + mg\delta = \frac{2}{3}mg\Delta + \eta R_{\max}\Delta$$

La condizione che ci manca per risolvere il bilancio è data dalla limitazione strutturale che è rappresentata dal fattore di contingenza, definito come

$$(8.5) \quad n_{\max} = \left(\frac{L+R}{Q}\right)_{\max} \Rightarrow R_{\max} = (n-1)mg$$

da cui possiamo ricavare  $R_{\max} = 784800 \text{ N}$

Considerando un rendimento  $\eta = 0,89$  possiamo quindi ricavarci dalla (8.4) lo schiacciamento massimo  $\Delta = 0,223284 \text{ m}$ . Osserviamo che noi abbiamo sostituito  $L = mg$  nell'equazione (8.5) anche se non sappiamo il valore reale di  $L$ . Così facendo tuttavia ci siamo posti dalla parte della sicurezza.

- **Dimensionamento dell'ammortizzatore**

Ipotizziamo che la compressione del gas sia una trasformazione adiabatica e scriviamo l'equazione prendendo come riferimento gli istanti iniziale e finale:

$$(8.6) \quad \frac{P_{\min}}{P_{\max}} = \left(\frac{V_{\min}}{V_{\max}}\right)^\gamma$$

con

$$(8.7) \quad \begin{aligned} V_{\min} &= V_{\max} - A_s \Delta \\ A &= 1,96 A_s \end{aligned}$$

dove  $A$  è l'area del martinetto e  $A_s$  è l'area dello stelo.

Indicando con  $P_1$  la pressione che agisce su  $A$  e con  $P_2$  la pressione agente su  $A_2$  definita come l'area utile soprastante, ovvero  $A - A_s$ , abbiamo

$$(8.8) \quad R = P_1 A - P_2 (A - A_s)$$

In condizioni statiche  $P_1 = P_2$ , osserviamo che quando  $R = R_{\max}$  abbiamo  $P_1 = P_2 = P_{\max}$ .

Dobbiamo quindi ipotizzare delle pressioni minime e massime di esercizio dell'ammortizzatore.

Scegliamo quindi

$$(8.9) \quad \begin{aligned} P_{\max} &= 75000000 Pa \\ P_{\min} &= 25000000 Pa \end{aligned}$$

il che significa che la pressione non potrà superare gli 80 Mpa (scelta di  $P_{\max}$ ) e che la sospensione è già in pressione (scelta di  $P_{\min}$ ).

Da quanto detto possiamo scrivere che

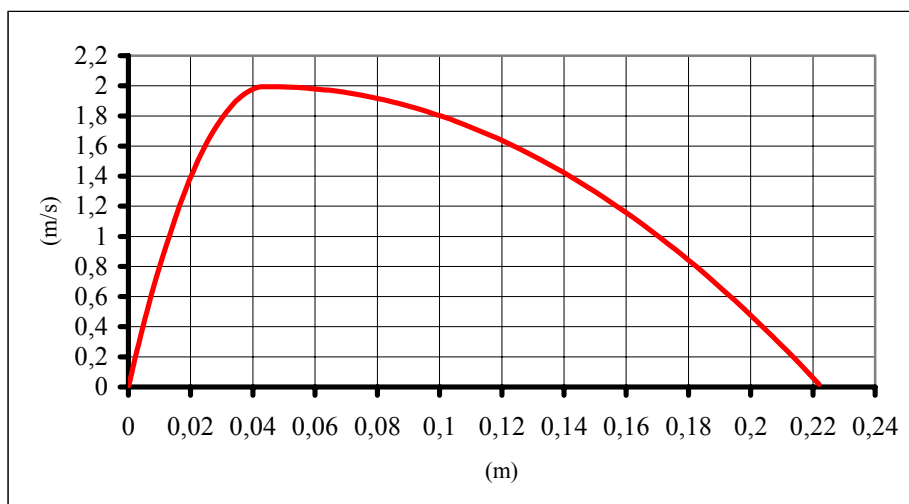
$$(8.10) \quad R_{\max} = P_{\max} A - P_{\max} (A - A_s) = P_{\max} A_s$$

Da cui ricaviamo che  $A_s = 0,010464 \text{ m}^2$  e di conseguenza  $D_s = 0,115455 \text{ m}$ . Dato il rapporto che avevamo stimato in partenza è immediato ricavare che  $A = 0,020509 \text{ m}^2$  con  $D = 0,161637 \text{ m}$ .

Dal punto di vista dinamico considerando un rapporto politropico  $\gamma = 1,3$  possiamo ricavare dalla (8.6) e dalla (8.7) i volumi massimo e minimo del gas, ottenendo  $V_{\max} = 0,004096 \text{ m}^3$  e  $V_{\min} = 0,001759 \text{ m}^3$ .

### • Dimensionamento dell'orifizio

La prima cosa da fare è trovare l'andamento della velocità dello stelo in funzione dello spostamento. Si suppone un andamento parabolico, con due parabole che si incontrano nel punto di massima altezza. Disegnandolo graficamente otteniamo





Ora si deve determinare l'andamento della R sullo stelo ed essa dovrà avere valore simile a quello ricavato precedentemente in prima approssimazione, con un errore sulla valutazione di  $R_{\max}$  del 10 - 15%. Scriviamo quindi

$$(8.11) \quad \begin{cases} R(\delta) = P_1 A - P_2 (A - A_s) \\ P_2 = P_1 - \Delta P \end{cases}$$

da cui ricaviamo

$$(8.12) \quad R(\delta) = P_1 A_s + \Delta P (A - A_s)$$

Utilizzando l'equazione dell'adiabatica possiamo scrivere

$$(8.13) \quad \begin{cases} \frac{P_1}{P_{\min}} = \left( \frac{V_1}{V_{\min}} \right)^\gamma \\ V_1 = V_{\max} - A_s \delta \end{cases}$$

Da cui ricaviamo che

$$(8.14) \quad P_1(\delta) = P_{\min} \left( \frac{V_{\max}}{V_{\max} - A_s \delta} \right)^\gamma$$

Scriviamo inoltre le perdite di carico dovute all'orifizio come

$$(8.15) \quad \Delta P = \frac{1}{2} \lambda \rho v^2$$

e l'equazione di conservazione della massa

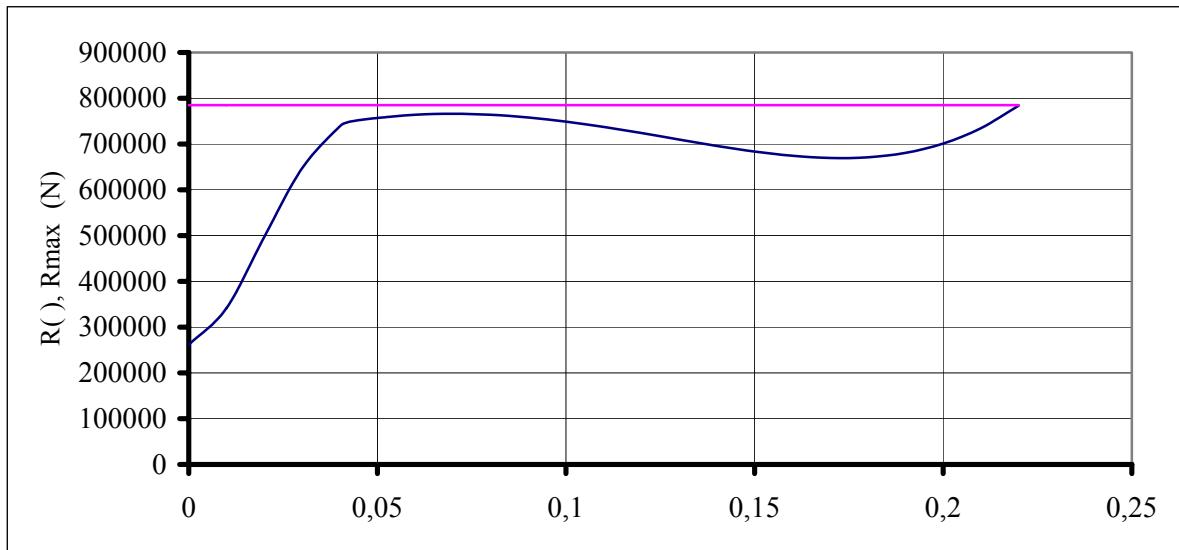
$$(8.16) \quad (A - A_s) \frac{d\delta}{dt} = v A_{\text{orifizio}}$$

Adesso possiamo scrivere la funzione  $R(\delta)$  sostituendo quanto ricavato in precedenza, ovvero

$$(8.17) \quad R(\delta) = P_{\min} \left( \frac{V_{\max}}{V_{\max} - A_s \delta} \right)^\gamma A_s + \frac{1}{2} \lambda \rho \left( \frac{(A - A_s) d\delta}{A_{\text{orifizio}} dt} \right)^2 (A - A_s)$$

A questo punto occorre fare delle ipotesi per i valori di  $A_{\text{orifizio}}$  e per il rapporto  $L/d$  dal quale, attraverso il grafico fornito dall'esercizio, si ricava il valore di  $\lambda$ .

Scegliendo i valori di  $L/d = 1,6$  otteniamo  $\lambda = 1,6$  e imponendo  $A_{\text{orifizio}} = 0,00007854 \text{ m}^2$  troviamo  $D_{\text{orifizio}} = 0,01 \text{ m}$ . Sostituendo nella (8.17) possiamo rappresentare il tutto graficamente ottenendo



Calcoliamo numericamente le aree sottese ai grafici di  $R(\delta)$  e  $R_{\text{max}}$  ottenendo un valore pari a

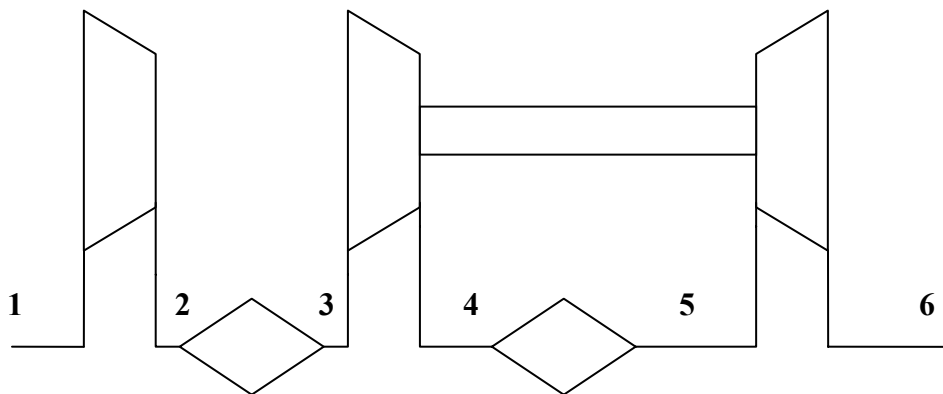
$$(8.18) \quad \int_0^{\Delta} R d\delta = 147354$$

$$\eta R_{\text{max}} \Delta = 153802$$

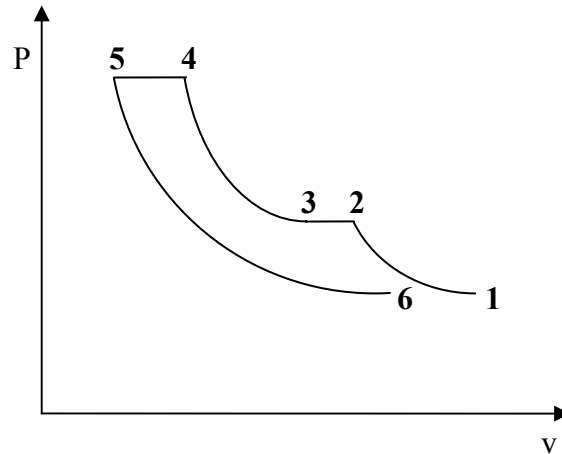
Dal confronto dei valori otteniamo che l'errore che abbiamo commesso è pari a 4,38% che è del tutto accettabile.

### Esercitazione 9

Il ciclo bootstrap consiste in una prima compressione adiabatica compiuta dal compressore del motore del velivolo, seguita da uno scambio termico (supposto isobaro) compiuto da uno scambiatore di calore e quindi da un'altra compressione isoentropica eseguita da un secondo scambiatore di calore. Infine si ha una espansione isoentropica in una turbina che fornisce il lavoro necessario al compressore dell'impianto. Riassumiamo schematicamente l'impianto qui sotto e il ciclo ad esso associato nel piano P-v.



**Impianto di condizionamento a ciclo bootstrap**



**Piano P-v del ciclo Bootstrap dell'impianto**

- **Velivolo fermo a quota zero**

Passiamo quindi al calcolo di tutti i punti del ciclo assumendo che questo sia ideale. Innanzitutto possiamo ricavare la pressione massima come

$$(9.1) \quad P_4 = P_5 = P_1 \beta$$

e otteniamo un valore pari a  $P_4 = 1520398 \text{ Pa}$ .  
 Sappiamo anche che  $P_6 = P_1 = 101359,9 \text{ Pa}$ .

Ricaviamo quindi la temperatura nel punto 5 come

$$(9.2) \quad T_5 = T_6 \left( \frac{P_6}{P_5} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

e otteniamo  $T_5 = 602,98$  K.

Indicando con il L il lavoro possiamo dire che

$$(9.3) \quad L_{34} = L_{56} \Rightarrow T_4 - T_3 = T_5 - T_6$$

Da cui ricaviamo immediatamente  $T_4 = 674,98$  K.

Grazia alle adiabatiche possiamo inoltre determinare

$$(9.4) \quad P_3 = P_4 \left( \frac{T_3}{T_4} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

e

$$(9.5) \quad T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

ottenendo  $P_2 = P_3 = 152869,8$  Pa  $T_2 = 363,4055$  K.

Ci rimangono quindi da calcolare i volumi specifici, che ricaviamo grazie all'equazione dei gas perfetti come

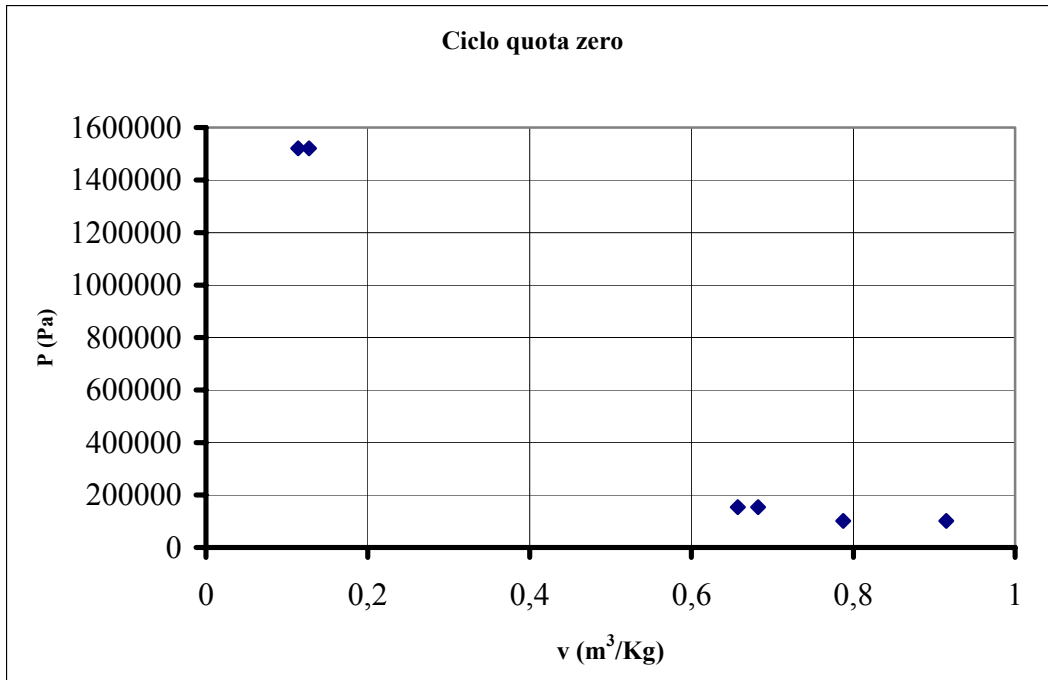
$$(9.6) \quad v = \frac{RT}{P}$$

ottenendo  $v_1 = 0,914998$  m<sup>3</sup>/Kg,  $v_2 = 0,682263$  m<sup>3</sup>/Kg,  $v_3 = 0,657377$  m<sup>3</sup>/Kg,  $v_4 = 0,127414$  m<sup>3</sup>/Kg,  $v_5 = 0,113823$  m<sup>3</sup>/Kg,  $v_6 = 0,78758$  m<sup>3</sup>/Kg

Riassumendo abbiamo ottenuto i seguenti punti

| Punto | v [m <sup>3</sup> /Kg] | P [Pa]   | T [K]    |
|-------|------------------------|----------|----------|
| 1     | 0,914998               | 101359,9 | 323,15   |
| 2     | 0,682263               | 152869,8 | 363,4055 |
| 3     | 0,657377               | 152869,8 | 350,15   |
| 4     | 0,127414               | 1520398  | 674,983  |
| 5     | 0,113823               | 1520398  | 602,9831 |
| 6     | 0,78758                | 101359,9 | 278,15   |

Rappresentandoli graficamente otteniamo conferma di quanto disegnato in precedenza



A questo punto ipotizziamo che le efficienze  $\varepsilon_a$  e  $\varepsilon_b$  degli scambiatori rimangano invariate e quindi le possiamo ricavare dal caso di quota zero nel modo seguente

$$(9.7) \quad \varepsilon_a = \frac{T_2 - T_3}{T_2 - T_1}$$

$$\varepsilon_b = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_1}$$

ottenendo  $\varepsilon_a = 0,329284$  e  $\varepsilon_b = 0,204642$

- **Velivolo in volo alla quota di 8000m con velocità di 480 kts**

Date le nuove condizioni di esercizio possiamo ricavarci innanzitutto il numero di Mach di volo del velivolo come

$$(9.8) \quad M = \frac{V}{c} = \frac{V}{\sqrt{\gamma R T_{8000}}}$$

ottenendo dai dati fornitici  $M = 0,801632$ .

Possiamo quindi ricavare dalle formule del moto comprimibile isoentropico

$$(9.9) \quad T_1 = T_{8000} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)$$

$$P_1 = P_{8000} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

ottenendo  $P_1 = 54316,4 \text{ Pa}$   $T_1 = 266,5006 \text{ K}$ .

Supponendo che il rapporto di compressione del punto 1-2 del caso precedente rimanga inalterato possiamo scrivere

$$(9.10) \quad P_2 = \left( \frac{P_{02}}{P_{01}} \right) P_1$$

e otteniamo  $P_2 = P_3 = 81919,36$  Pa. Proseguendo come fatto prima abbiamo dalla (9.5) che  $T_2 = 299,6992$  K.

Dalle efficienze prima calcolate, supponendole invariate, e dallo scambio di lavoro tra compressore e turbina, essendo nota  $T_6$ , scriviamo

$$(9.11) \quad \begin{aligned} T_3 &= -\varepsilon_a (T_2 - T_1) + T_2 \\ T_4 &= \frac{(T_3 - T_6)}{\varepsilon_b} + T_1 \\ T_5 &= T_4 - T_3 + T_6 \\ P_4 &= P_5 = P_6 \left( \frac{T_5}{T_6} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \end{aligned}$$

ricavando  $T_3 = 288,7674$  K,  $T_4 = 333,0432$  K,  $T_5 = 319,4258$  K,  $P_4 = P_5 = 133920,2$  Pa.

Come prima dalla (9.6) ricaviamo i volumi specifici ottenendo  $v_1 = 1,408151$  m<sup>3</sup>/Kg,  $v_2 = 1,04998$  m<sup>3</sup>/Kg,  $v_3 = 0,1011681$  m<sup>3</sup>/Kg,  $v_4 = 0,713734$  m<sup>3</sup>/Kg,  $v_5 = 0,684551$  m<sup>3</sup>/Kg,  $v_6 = 0,994047$  m<sup>3</sup>/Kg

Riassumendo in tabella i valori ottenuti e rappresentando il tutto graficamente otteniamo

| Punto | v [m <sup>3</sup> /Kg] | P [Pa]   | T [K]    |
|-------|------------------------|----------|----------|
| 1     | 1,408151               | 54316,4  | 266,5006 |
| 2     | 1,04998                | 81919,36 | 299,6992 |
| 3     | 1,011681               | 81919,36 | 288,7674 |
| 4     | 0,713734               | 133920,2 | 333,0432 |
| 5     | 0,684551               | 133920,2 | 319,4258 |
| 6     | 0,994047               | 79441    | 275,15   |

