

Esercitazione 6

- **Determinazione della curva caratteristica della pompa**

Ipotizziamo un andamento parabolico per la curva caratteristica della pompa e scriviamola come

$$(6.1) \quad \Delta p = \Delta p_{\max} \left(A \left(\frac{Q}{Q_{\max}} \right)^2 + B \left(\frac{Q}{Q_{\max}} \right) + C \right)$$

per trovare i coefficienti A, B, C impongo le tre condizioni dettate dal problema, ovvero

$$(6.2) \quad \begin{aligned} \Delta P(Q_{\max}) &= 0 \\ \Delta P\left(\frac{1}{10}Q_{\max}\right) &= \Delta P_{\max} \\ \left. \frac{\partial P}{\partial Q} \right|_{\frac{1}{10}Q_{\max}} &= 0 \end{aligned}$$

Ottenendo così $A = -100/81 = -1,23457$; $B = 20/81 = 0,246914$; $C = 80/81 = 0,987654$
I valori p_{\max} e q_{\max} li determineremo poi.

- **Analisi delle condizioni di funzionamento**

Le pompe che stiamo dimensionando devono essere in grado di vincere sia le perdite di carico distribuite che quelle concentrate nei condotti, garantendo la pressione massima e minima all'ingresso dei motori ad una certa portata di combustibile. La curva caratteristica determinata parzialmente nel punto precedente deve cadere dentro le due cosiddette curve limite. Per determinarle dobbiamo considerare tre casi:

- 1) Condizioni normali di esercizio: entrambe le pompe sono operative
- 2) Condizione di emergenza: alimentazione da un solo serbatoio, linea di cross-feed vicino ai serbatoi
- 3) Condizione di emergenza: alimentazione da un solo serbatoio, linea di cross-feed vicino ai motori

Possiamo scrivere che

$$(6.3) \quad \Delta P_{tot} = \Delta P_{distribuite} + \Delta P_{concentrate} = 1,25 \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D} \rho v^2$$

Se scegliamo un diametro $D = 25$ mm e calcoliamo la velocità di flusso del carburante, otteniamo $V = 0,363$ m/s, calcolato con la portata Q fornitaci, e quindi un numero di Reynolds pari a 3540. Questo è indice che il moto nel condotto è turbolento e quindi è soddisfatto il coefficiente delle perdite di carico $\lambda = 0,03$. L'area del condotto sarà quindi $A = 0,000491$ m².

Scriviamo ora il ΔP_{tot} come

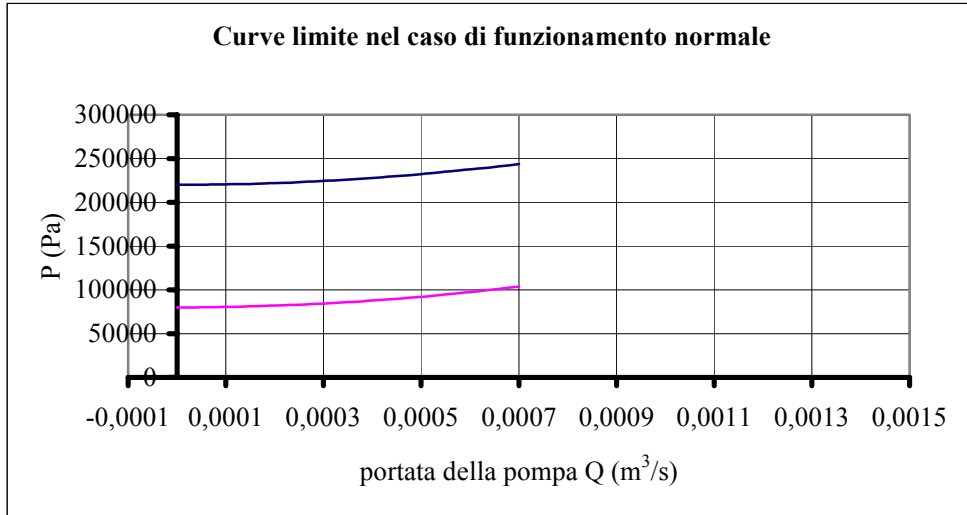
$$(6.4) \quad \Delta P_{tot} = 1,25 \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D} \rho \left(\frac{Q}{A} \right)^2 = KQ^2$$

Nel nostro caso $K = 48605622946 \text{ [Pa}\cdot\text{s}^2/\text{m}^6]$
 Le curve limite nel caso 1) sono quindi date da

$$(6.5) \quad \begin{aligned} P_{\text{sup}} &= P_{\text{max}} + KQ^2 \\ P_{\text{inf}} &= P_{\text{min}} + KQ^2 \end{aligned}$$

per un portata Q che varia da 0 a $0,000712 \text{ m}^3/\text{s}$

Graficamente otteniamo

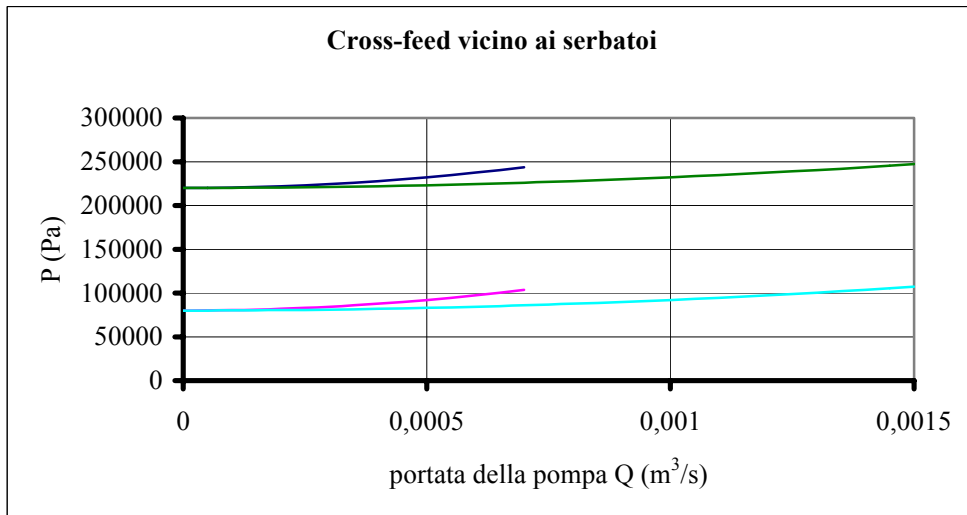


Le curve limite nel caso 2) saranno caratterizzate dalle stesse perdite di carico e da una portata doppia. Avremo quindi che

$$(6.6) \quad \begin{aligned} P_{\text{sup}} &= P_{\text{max}} + K\left(\frac{Q}{2}\right)^2 \\ P_{\text{inf}} &= P_{\text{min}} + K\left(\frac{Q}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

per un portata Q che varia da 0 a $0,001428 \text{ m}^3/\text{s}$

Graficamente otteniamo



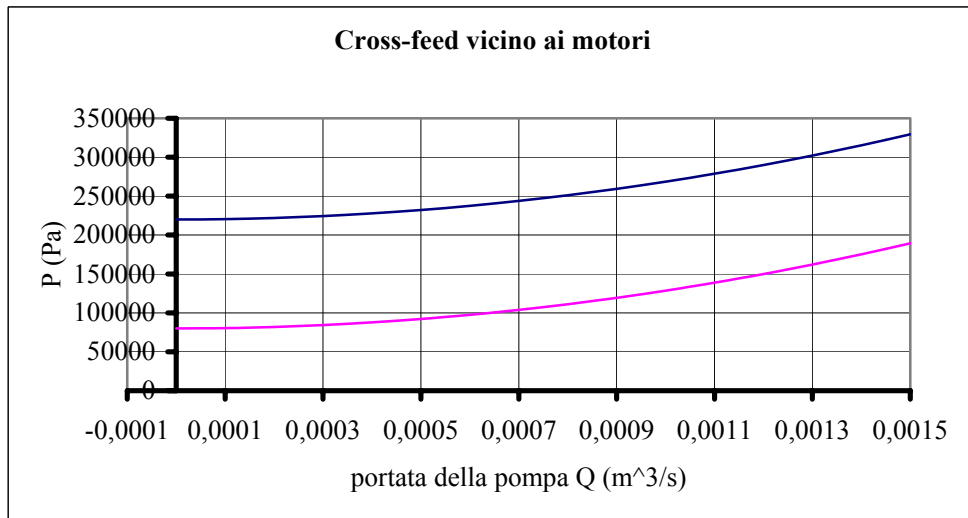
Nell'ultimo caso infine oltre ad avere una portata doppia, avremo anche delle perdite di carico doppie, ovvero

$$(6.7) \quad P_{\text{sup}} = P_{\text{max}} + 4K \left(\frac{Q}{2} \right)^2$$

$$P_{\text{inf}} = P_{\text{min}} + 4K \left(\frac{Q}{2} \right)^2$$

per un portata Q che varia da 0 a 0,001428 m³/s.

Graficamente otteniamo



- **Dimensionamento nelle condizioni di cross – feed vicino ai serbatoi**

Scriviamo la potenza della pompa come

$$(6.8) \quad W = Q\Delta P = \Delta p_{\text{max}} \left(A \frac{Q^3}{Q_{\text{max}}^2} + B \frac{Q^2}{Q_{\text{max}}} + CQ \right)$$

Imponiamo la condizione di potenza massima della pompa per la portata pari a 0,001428 m³/s, ovvero

$$(6.9) \quad \frac{\partial W}{\partial Q} = \Delta p_{\text{max}} \left(3A \frac{Q^2}{Q_{\text{max}}^2} + 2B \frac{Q}{Q_{\text{max}}} + C \right) = 0$$

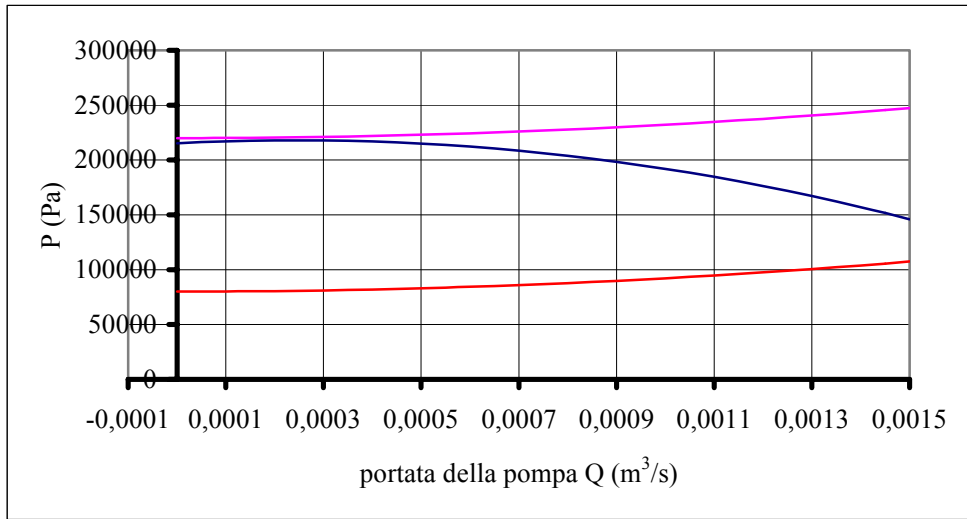
da cui ricaviamo che $Q_{\text{max}} = 0,002431 \text{ m}^3/\text{s}$.

Consideriamo inoltre un piccolo scarto tra la pressione massima di ingresso al motore e quella limite di funzionamento dello stesso. Imponiamo quindi $\Delta P_{\text{max}} = 218000 \text{ Pa}$

Otteniamo così un'espressione per ΔP pari a

$$(6.10) \quad \Delta p = -45542000000Q^2 + 22141000Q + 215297$$

Rappresentandola graficamente abbiamo



- **Dimensionamento nelle condizioni di cross – feed vicino ai motori**

In questo caso fissiamo ancora una volta $\Delta P_{\max} = 218000 \text{ Pa}$ e poi studiamo come varia la curva caratteristica al variare di Q_{\max} . Non procediamo come prima in quanto otterremmo la stessa curva che non starebbe nei vincoli. Scegliamo quindi noi una $Q_{\max} = 0,0045 \text{ m}^3/\text{s}$ che ci permette di restare tra i limiti. Infatti sostituendo i valori otteniamo una curva caratteristica

$$(6.11) \quad \Delta p = -13290656912Q^2 + 11961591Q + 215308$$

che rappresentandola graficamente conferma quanto detto.

