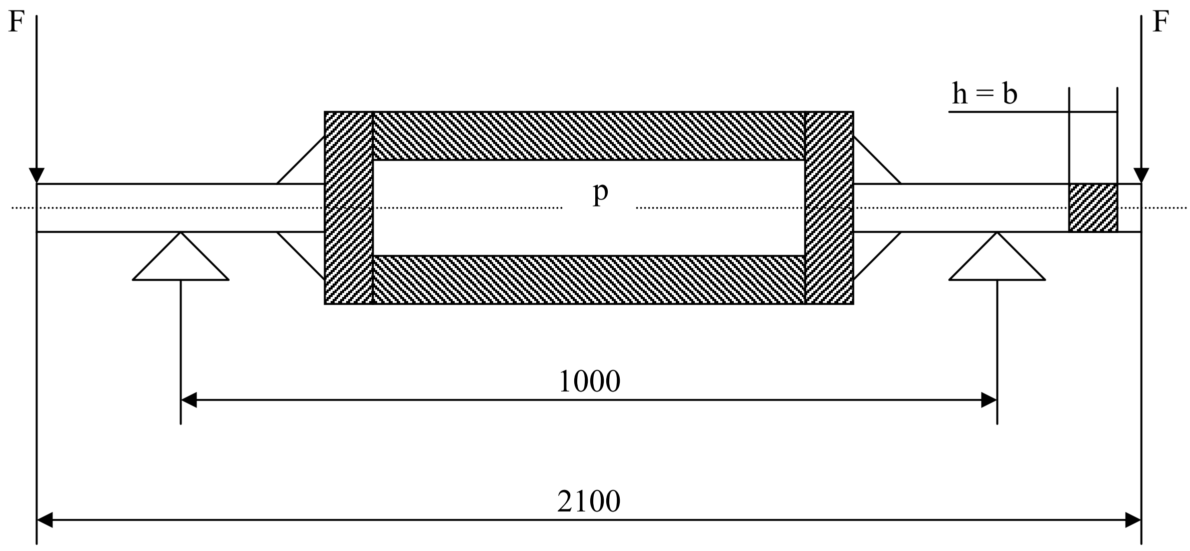
Esercitazione n°7

<u>Tubazione con fatica in stato composto</u>

Un corpo cilindrico, avente diametro esterno D_e e diametro interno D_i, è collegato per mezzo di saldature a due sbracci a sezione quadrata (localmente circolare) su cui insistono le forze costanti F. All'interno del corpo cilindrico vi è un fluido la cui pressione varia con legge $p = p_0(5\text{-}4\sin\omega t)$.
Viene richiesto di:
1) Determinare il coefficiente di sicurezza del cilindro per un numero di pulsazioni della pressione pari a 800000, trascurando gli effetti locali;
2) Determinare la velocità di rotazione cui può giungere la tubazione sollecitata staticamente da $p = p_{max}$ ed F, senza che lo sforzo superi $R_{p0.2}$ del materiale.



Dati

Materiale corpo cilindrico e sbracci	Fe 510
Diametro esterno corpo cilindrico	$D_e = 130$ mm
Diametro interno corpo cilindrico	$D_i = 80$ mm
Dimensioni sbraccio	h = b
Carico	F = 15000 N
Pressione	$P_0 = 12$ Mpa

Svolgimento

Calcoliamo il momento flettente che agisce sul recipiente dovuto a F come

$$M_f = F\frac{d_s - d_a}{2}$$

dove d_s è la distanza tra i due estremi degli sbracci e d_a la distanza tra i due appoggi.
Poiché non rientriamo nella teoria del piccolo spessore dobbiamo ricavarci lo sforzo σ_F dovuto alla flessione sia all'estradosso che all'intradosso in quanto a priori non sappiamo quale sia il punto più sollecitato. Dalle nostre conoscenze sappiamo che

$$\sigma_{a(F)} = \frac{M_f}{J} y_{\max}$$

dove y_{max} sarà $D_e/2$ per l'estradosso e $D_i/2$ per l'intradosso e J è il momento d'inerzia del corpo cilindrico.
Dopo aver calcolato gli sforzi flessionali all'intradosso e all'estradosso, analizziamo le cause della variazione di pressione. Innanzitutto ricaviamoci dalla formulazione della pressione il valore massimo, quello minimo, quello medio e alternato come

$$p_{\max} = p_0\left(5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right) = 9p_0$$

$$p_{\min} = p_0\left(5 - 4\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = p_0$$

$$p_m = \frac{p_{\max} + p_{\min}}{2} = 5p_0$$

$$p_a = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2} = 4p_0$$

Essendo un corpo assialsimmetrico per l'intradosso possiamo scrivere

$$\begin{cases} \sigma_\vartheta = p\dfrac{a^2+1}{a^2-1} \\ \sigma_a = \dfrac{p}{a^2-1} \\ \sigma_r = -p \end{cases}$$

dove a è il rapporto tra il raggio (o il diametro) esterno e quello interno.
Calcoliamo quindi lo stato di sforzo nei casi di pressione massima, minima, media e alternata, facendo attenzione a sommare in tutti i casi, tranne quello della pressione alternata, lo sforzo flessionale ottenuto staticamente a quello assiale del nostro stato di sforzo.
Essendo poi lo sforzo radiale in controfase controlliamo inoltre che sia valor medio che quello alternato risulti negativo.

Per l'estradosso i calcoli sono più veloci ossia

$$\begin{cases} \sigma_\vartheta = \dfrac{2p}{a^2-1} \\ \sigma_a = \dfrac{p}{a^2-1} \\ \sigma_r = 0 \end{cases}$$

In questo caso lo sforzo in direzione radiale risulta nullo, mentre dobbiamo fare attenzione, come nel caso precedente, a considerare in modo opportuno lo sforzo flessionale calcolato in partenza. Applichiamo quindi il criterio di Sines e scriviamo

$$\sigma_s = \sqrt{\sigma_{Ia}^2 + \sigma_{IIa}^2 + \sigma_{IIIa}^2 - \sigma_{Ia}\sigma_{IIa} - \sigma_{IIa}\sigma_{IIIa} - \sigma_{Ia}\sigma_{IIIa}}$$

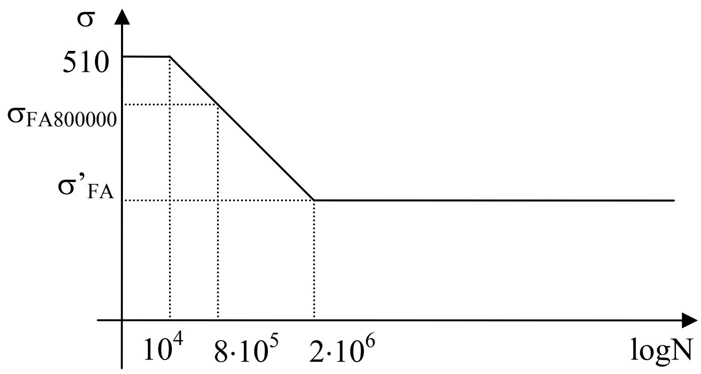
Calcoliamo inoltre l'invariante medio come

$$I_m = \sigma_{Im} + \sigma_{IIm} + \sigma_{IIIm}$$

Adesso per ricavare il coefficiente di sicurezza basta calcolare il valore limite del pezzo per 800000 cicli a fatica alternata simmetrica e a fatica pulsante dallo zero.
Disegniamo quindi il diagramma di Wöhler, prendendo come limite a vita infinita a fatica alternata simmetrica per il provino $0{,}5R_m$ e quindi per il nostro pezzo avremo

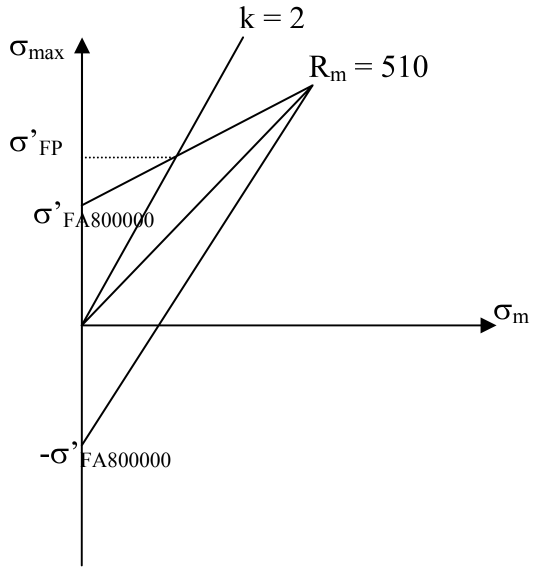
$$\sigma'_{FA} = \sigma_{FAf} \frac{b_2 b_3}{k_f}$$

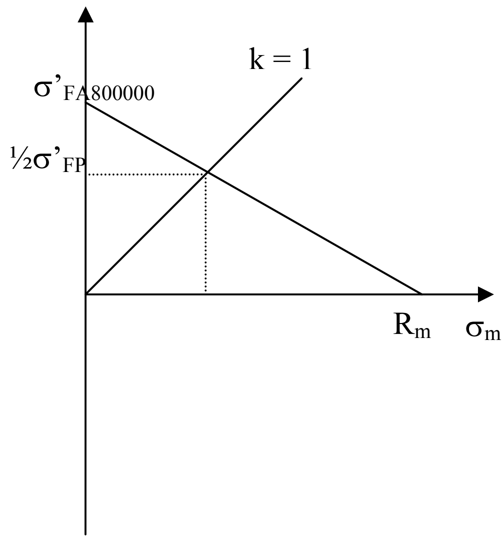
con $k_f = 1$, in quanto non abbiamo intagli, b_2 compreso tra 0,9 ÷0,95, ovvero una buona lavorazione, e b_3 tra 0,75 ÷0,8, ovvero consideriamo il nostro sforzo non puramente assiale ma quasi.



Ricaviamoci quindi dal grafico lo sforzo limite per 800000 cicli a fatica alternata simmetrica.

Ci serve anche lo sforzo limite per fatica pulsante dallo zero e quindi utilizzando il diagramma di Smith o di Haigh, ricavando quanto ci occorre





Abbiamo quindi tutto ciò che ci occorre per calcolare il coefficiente di sicurezza come

$$\eta = \frac{A}{\sigma_s + \alpha I_m}$$

dove

$$A = \sigma'_{FA800000}$$
$$\alpha = \left(\frac{2\sigma'_{FA800000}}{\sigma'_{FP}} - 1 \right)$$

Tutto questo lo verifichiamo sia per l'intradosso che per l'estradosso.
Verifichiamo quindi anche a snervamento il nostro pezzo imponendo

$$\eta_{sn} = \frac{R_{p0.2}}{\sigma_{VM}}$$

dove σ_{VM} è la sigma di confronto di Von Mises che nel nostro caso coincide con quella di Sines.
Ora dobbiamo calcola la velocità angolare per cui il nostro pezzo, sollecitato a pressione massima e forza F, non superi $R_{p0.2}$. Lo stato di sforzo nel caso di pressione massima lo abbiamo già calcolato, consideriamo quindi il caso peggiore precedente (quello con η più basso) e imponiamo quanto richiesto ovvero

$$\sigma_{GT} = \sigma_I - \sigma_{III} \le R_{p0.2}$$

dove

$$\sigma_I = \sigma_\vartheta + \sigma_{\vartheta,rot}$$
$$\sigma_{III} = \sigma_r$$

con

$$\sigma_{\vartheta,rot} = \frac{3+\nu}{4}\rho\omega^2\left(r_e^2 + \frac{1-\nu}{3+\nu}r_i^2\right)$$

da cui ricaviamo in un'unica espressione

$$\omega = \sqrt{\frac{R_{p0.2} - \sigma_\vartheta + \sigma_r}{\frac{3+\nu}{4}\rho\left(r_e^2 + \frac{1-\nu}{3+\nu}r_i^2\right)}}$$

Vediamo ora i dati numerici di quanto detto

R_m	510	Mpa
D_i	80	mm
D_e	130	mm
F	15000	N
P_0	12	Mpa
$R_{p02}=R_{el}$	355	Mpa
$(d_s-d_a)/2$	550	mm
M_f	8250000	Nmm
J	12009229	mm^4
a	1,625	
log(800000)	5,90309	
ν	0,3	
b_2	0,93	
b_3	0,77	

	pmax	Pmin	pmed	palt
Mpa	108	12	60	48

Sigma flessionale	
sigma flex int	27,47886694
sigma flex est	44,65315877

Intradosso	pmax	Pmin	pmed	palt
Sigma tetha	239,6571429	26,62857143	133,1429	106,5142857
Sigma ass	93,30743837	34,79315265	64,0503	29,25714286
Sgima rad	-108	-12	-60	-48

Sigma VM	Sigma sines	Inv m
302,33128	133,813297	137,1931527

Estradosso	pmax	Pmin	pmed	palt
Sigma tetha	131,6571429	14,62857143	73,14286	58,51428571
Sigma ass	110,4817302	51,96744449	81,22459	29,25714286
Sgima rad	0	0	0	0

Sigma VM	Sigma sines	Inv m
122,45043	50,6748579	154,3674445

Sigma Faf	255	Mpa
Sigma' Fa	182,6055	Mpa
Sigma' Fa 800000	239,2250879	Mpa
Sigma' Fp	325,6826201	Mpa

Coefficiente di sicurezza	Fatica	Snervamento
eta intradosso	1,207193447	1,174208623
eta estradosso	1,943595086	2,899132401

$\omega =$ 499,9962002 rad/s 4774,612 giri/min