Esercitazione n°5

Recipiente in pressione

Il recipiente con le dimensioni segnate in figura contiene liquido non corrosivo alla temperatura di 20 °C e alla pressione di funzionamento di 12 Mpa; la guarnizione tra le due flange è a sezione rettangolare con diametro medio D_m = 420 mm, altezza h_g = 7 mm e larghezza l_g = 17 mm, costruita in P-CuZn30 4895-62 laminato e ricotto con E = 110.000 Mpa, R_m = 370 Mpa, R_p = 157 Mpaq, A_5 = 45%.

Si richiede:

1. Dimensionare di massima i bulloni;

2. Determinare la coppia di serraggio;

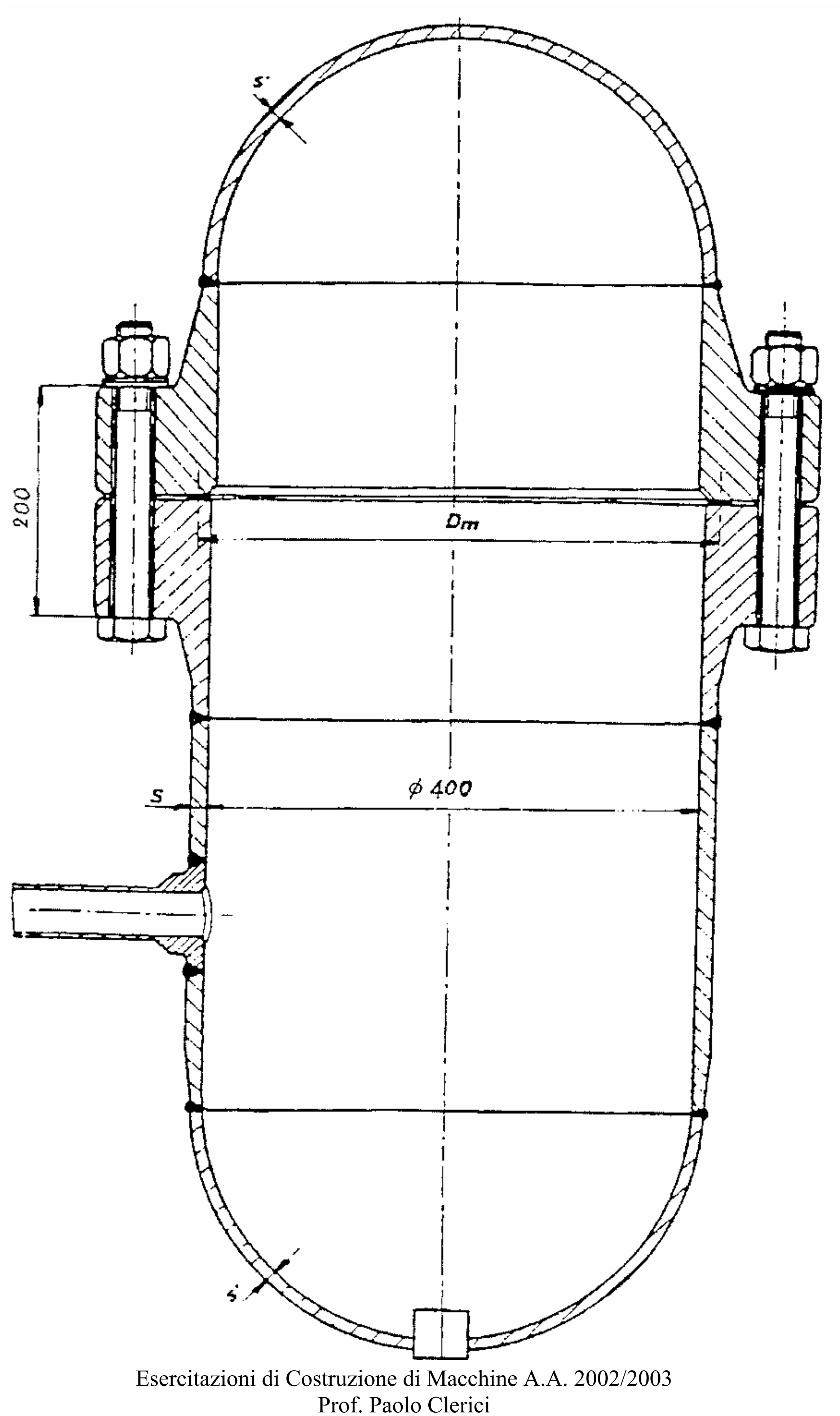
3. Verificare la resistenza dei bulloni in caso di pressione costante

4. Calcolare gli spessori del mantello cilindrico e del fondo sferico, adottando l'acciaio Fe 430 C UNI 7070-82 con R_m = 430 Mpa, R_{EH} = 275 Mpa, a = 23%;

5. Nel caso di pressione variabile da 0 a 12 Mpa, verificare la resistenza dei bulloni.

Caratteristiche meccaniche degli elementi di collegamento
(UNI EN 20898/91)

Classe di resistenza	**6.8**	**8.8**	**10.9**	**12.9**
Rm [Mpa]	600	800	1000	1200
Rp0.2 [Mpa]	480	640	900	1080
A [%]	8	12	9	8


s'
200
Dm
ϕ 400
s
s'

Svolgimento

- Scelta del bullone

Per prima cosa dobbiamo scegliere la tipologia di bullone da utilizzare per la chiusura del recipiente. Per garantire la simmetria nel serraggio usiamo come quantità di bulloni un numero multiplo di 4. Infatti se avessimo troppo pochi bulloni avremmo un problema di tenuta mentre all'opposto avremmo problemi di serraggio.
Scegliamo quindi empiricamente il nostro numero di bulloni come

$$n_b = \frac{D_m}{40} + 4$$

dove n_b sarà arrotondato al multiplo di 4 superiore per i motivi prima citati. Inoltre verifichiamo che α, l'angolo formato dai due raggi congiungenti il centro e due bulloni consecutivi, sia compreso tra 15° e 25°.
Considerando costante l'andamento della pressione lungo la larghezza della guarnizione possiamo calcolare la forza agente su di essa come

$$F = p\frac{\pi D_m^2}{4}$$

e quindi ricavarci la forza agente su ogni singolo bullone

$$N_b = \frac{F}{n_n}$$

Per il predimensionamento non possiamo utilizzare semplicemente N_b in quanto trascuriamo altre forze agenti sul bullone, aumentiamo quindi il suo valore del 20% e indichiamolo con N_b'.
Possiamo quindi ricavarci immediatamente l'area di nocciolo del bullone come

$$\frac{N_b^{'}}{A_b} \le \sigma_{amm} = \frac{R_{p0.2}}{\eta}$$

dove prendiamo $\eta = 2$. Dall'area di nocciolo risaliamo al diametro di nocciolo d_n che arrotondato all'intero successivo mi identifica il bullone che devo scegliere dalle tabelle per il mio recipiente.

- Primo Serraggio (senza pressione)

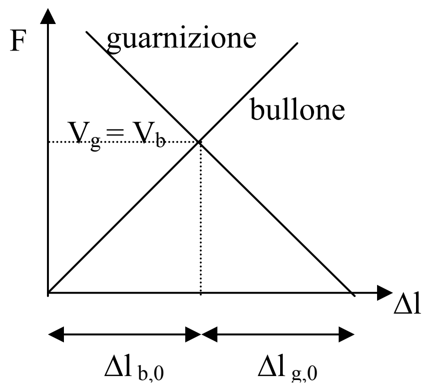
Il momento di serraggio è quel momento che mi permette di snervare la guarnizione localmente, in modo che entri nelle rugosità della flangia per evitare fuoriuscita di fluido.
Definiamo tiro minimo del bullone

$$V_{\min,b} \ge 0,6R_{p0.2}\frac{\pi D_m l_g}{n_b}$$

dove l_g è la lunghezza della guarnizione e il 60 % ci garantisce lo snervamento solo sull'area di contatto. Mettendoci nel caso senza pressione V_g (tiro della guarnizione) sarà uguale a V_b. Noi approssimeremo il valore ottenuto all'intero comodo subito successivo.
Definiamo ora la rigidezza (rapporto tra forza e freccia) del bullone e della guarnizione

$$K_b = \frac{A_b E_b}{l_0}$$
$$K_g = \frac{A_g E_g}{h_g}$$

Dove A_b è l'area di nocciolo del bullone, E_b il suo modulo di Young e l_0 la lunghezza in presa mentre per la guarnizione abbiamo h_g ovvero la sua altezza.
Facciamo quindi un diagramma della situazione, dando a K_g un valore negativo per convezione in quanto la guarnizione risulta compressa e traslandone il grafico fino ad ottenere $V_g = V_b$



Adesso immettiamo il fluido, mandando il recipiente in pressione e avremo l'effetto "di guarnizione" ovvero il bullone si tira e la guarnizione si scarica.
All'equilibrio avremo

$$N_b = P_b^* - P_g^* = V_b + \Delta V_b - V_g + \Delta V_g = \Delta V_b + \Delta V_g$$

dove P^*_b e P^*_g sono i carichi agenti rispettivamente sulla bullone e sulla guarnizione. Notiamo che ora utilizziamo N_b e non N_b' in quanto i bulloni sono già dimensionati.
Per ricavare i carichi abbiamo bisogno di un'altra equazione che troviamo scrivendo l'equazione di congruenza nell'ipotesi di flangia infinitamente rigida

$$\frac{\Delta P_b}{K_b} = \frac{\Delta P_g}{K_g}$$

Risolvendo il sistema formato dalle due equazioni appena ricavate abbiamo

$$P_g^* = V_g + \frac{N_b K_g}{K_b - K_g}$$
$$P_b^* = V_b + \frac{N_b K_b}{K_b - K_g}$$

Verifichiamo quindi che il carico snervi la guarnizione ovvero

$$P_g^* \geq V_{g,\lim} = 1{,}6\, pA_g$$

- Momento (Coppia) di serraggio

Scriviamo il momento di serraggio come formato da due componenti

- ✓ M'$_s$ = momento che devo applicare per vincere l'attrito tra testa o dado e flangia
- ✓ M''$_s$ = momento che abbatte l'attrito tra dado e vite (tra i filetti)

Entrambi saranno funzione del tiro e quindi lo sarà anche il momento complessivo
La prima componente risulterà essere

$$M_s^{'} = fV\frac{D_m}{2}$$

dove f è il coefficiente d'attrito (che varia tra 0,1 ÷ 0,13 portando a un cambiamento fino al 30%) e D_m adesso è il diametro medio della testa che convenzionalmente è pari a una volta e mezzo il diametro di nocciolo.
Per la seconda componente il discorso di fa più complicato. Definiamo dR_o l'infinitesimo della risultante tangenziale degli sforzi d'attrito agenti sul filetto

$$dR_o = dR_v \tan(\alpha + \varphi)$$

dove dR_v è l'infinitesimo verticale dovuto al tiro, α l'angolo d'inclinazione dell'elica del filetto e φ l'angolo del cono d'attrito. Possiamo definire questi angoli come

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{p}{\pi d_m}\right)$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{f_1}{\cos\vartheta}\right)$$

dove p è il passo, d_m il diametro medio della filettatura, f_1 il coefficiente d'attrito variabile tra 0,15 e 0,20 e θ l'angolo di filetto che per noi sarà pari a 30°.
L'espressione del secondo contributo al momento di serraggio risulterà quindi essere

$$M_s^{''} = \int\frac{d_m}{2}dR_o = \int\frac{d_m}{2}dR_v \tan(\alpha+\varphi) = \frac{d_m}{2}V\left(\tan^{-1}\left(\frac{p}{\pi d_m}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{f_1}{\cos\vartheta}\right)\right)$$

Scriviamo quindi l'intero momento di serraggio

$$M_s = M_s^{'} + M_s^{''} = fV\frac{D_m}{2} + \frac{d_m}{2}V\left(\tan^{-1}\left(\frac{p}{\pi d_m}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{f_1}{\cos\vartheta}\right)\right)$$

Ricaviamo adesso la sigma di confronto con Von Mises e verifichiamo

$$\sigma_{VM}^{*} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_{amm}$$

dove

$$\sigma = \frac{P_b^*}{A_{nocciolo}}$$

$$\tau = \frac{16M_s''}{\pi d_n^3}$$

- Dimensionamento mantello

Dalla teoria dei piccoli spessori abbiamo che

$$\frac{D}{s} \geq 10 \div 15$$

mentre da quella dei corpi assialsimmetrici risulta essere

$$\begin{cases} \sigma_t = \dfrac{PD_i}{2s} \\ \sigma_a = \dfrac{PD_i}{4s} \\ \sigma_r = -P \end{cases}$$

Trascurando σ_r e gli effetti locali tra mantello e fondo, ricaviamo lo spessore imponendo il criterio di confronto con la di σ Von Mises

$$\sigma_{VM}^{*} = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_a^2 - \sigma_a \sigma_t} \leq \frac{R_{p0.2}}{\eta}$$

utilizzando η = 1,3 per le approssimazioni appena fatte

- Dimensionamento fondo

Procediamo allo stesso modo cambiano lo stato di sforzo che diventa

$$\sigma_t = \sigma_a = \frac{PD_i}{4s}$$

scriviamo identicamente che

$$\sigma_{VM}^{*} = \sigma_a \leq \frac{R_{p0.2}}{\eta}$$

da cui ricaviamo lo spessore del fondo.
Noi siamo inoltre interessati alla variazione diametrale del fondo e del mantello e quindi scriviamo

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}(\sigma_t - \nu\sigma_a)$$

da cui estrapoliamo, essendo $\nu = 0{,}3$

$$\Delta c_M = \varepsilon_{tM}\pi D_i \Rightarrow \Delta D_M = \varepsilon_t D_i$$
$$\Delta c_f = \varepsilon_{tf}\pi D_i \Rightarrow \Delta D_f = \varepsilon_t D_i$$

Vediamo ora i risultati numerici di quanto detto per le varie classi di resistenza proposte

Dati generici

Pressione	12	Mpa
Dm guarnizione	420	mm
numero b	16	
Nb assiale	103908,177	N
Vmin,b	133000	N
Diametro mantello	400	Mm
hg	7	Mm
lg	17	Mm
alpha	22,5	Gradi
Nb'	124689,8124	N
Kg	-22030418,48	N/mm
Eg	110000	Mpa
Rp02	157	Mpa
forza agente	1662530,832	N
fattore sicurezza	2	
Vglim	26917,16586	

Dati specifici

Classe Bullone	Rp02	diametro nocciolo teorico	Bullone	diametro nocciolo
6,8	480	25,7196423	M30	25,708
8,8	640	22,27386361	M27	23,319
10,9	900	18,78297101	M22	18,933
12,9	1080	17,1464282	M20	16,933

Classe Bullone	Kb	Pb*	Pg*	Vglim
6,8	534642,7581	135461,9368	31553,75977	Si
8,8	439892,8985	135034,1716	31125,99458	Si
10,9	289978,6181	134349,9379	30441,76086	Si
12,9	231950,2916	134082,6131	30174,43608	Si

Classe Bullone	Diametro medio vite	Passo	Momento di serraggio	Ms''
6,8	27,727	3,5	768898,9074	461174,1474
8,8	25,051	3	692152,6785	413024,2485
10,9	20,376	2,5	563917,2082	337289,1982
12,9	18,376	2,5	512383,2952	309695,2852

Classe Bullone	Tau Max Mt	Sigma	Sigma VM	Sicurezza
6,8	138,2388747	260,970139	354,1685656	1,355286851
8,8	165,8883519	316,179682	427,2311168	1,498018227
10,9	253,1128759	477,2091023	648,0176781	1,388851
12,9	324,8650406	595,4081391	819,2208102	1,318325885

Spessore Mantello	Spessore fondo	Variazione Diametro Mantello	Variazione Diametro Fondo
9,825451854	5,672727273	0,403153474	0,287528006