

ESERCIZIO 1

Consideriamo un profilo per comodità ad incidenza nulla e quindi possiamo scrivere che

$$(1.1) \quad v_{lm}(x) = \frac{dy_{lm}}{dx}$$

Notiamo subito che per scrivere l'espressione di y_{lm} dobbiamo conoscere l'espressione di v_{lm} . Grazie alle formule di Hilbert e alla condizione di c_p costante lungo la linea media, possiamo scrivere quanto segue:

$$(1.2) \quad u_{lm}(x_0) = -\frac{c_p}{2}$$
$$v_{lm}(x_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{u_{lm}(x_0)}{x-x_0} dx = -\frac{c_p}{2\pi} \int_0^1 \frac{1}{x-x_0} dx$$

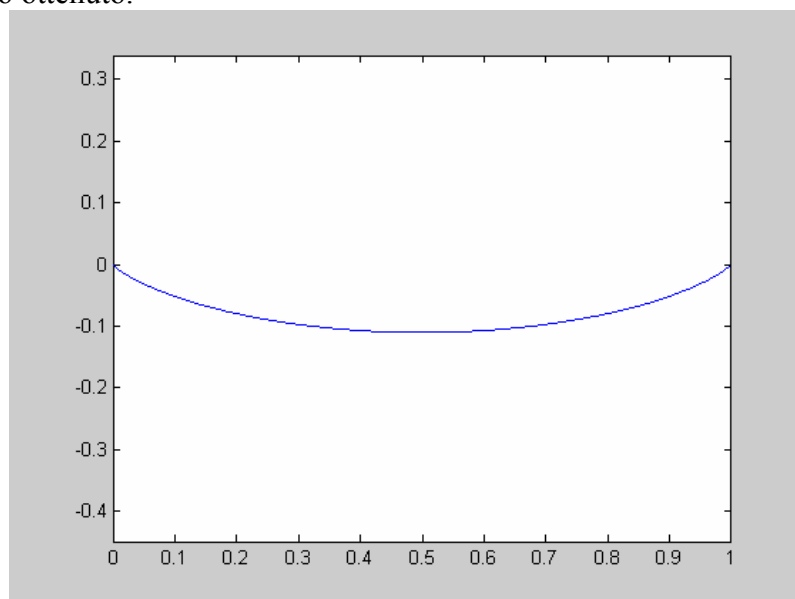
Risolviendo l'integrale otteniamo quindi

$$(1.3) \quad v_{lm}(x_0) = \frac{c_p}{2\pi} \ln\left(\frac{x_0}{1-x_0}\right)$$

Adesso per ottenere y_{lm} dobbiamo semplicemente integrare l'espressione appena ottenuta da 0 a x ottenendo quindi

$$(1.4) \quad y_{lm}(x) = \frac{c_p}{2\pi} \int_0^x \ln\left(\frac{t}{1-t}\right) dt = \frac{c_p}{2\pi} \ln\left(x^x (1-x)^{(1-x)}\right)$$

Se rappresentiamo la funzione con il MatLab nell'intervallo (0,1) con un unitario c_p riusciamo a visualizzare quanto ottenuto.



Autore Nicola Morganti

Un ringraziamento speciale per la collaborazione allo svolgimento degli esercizi a
Anselmo Recanati

ESERCIZIO 2

$N = 10$; $C = 10$; $T = 288,15 \text{ K}$; $\rho = 1,225 \text{ Kg/m}^3$

Dato un profilo di Karman - Trefftz sappiamo che le singolarità sono poste in $Z=1$ e in $Z=c$ e che il parametro k relativo all'angolo del bordo di uscita β è così calcolabile

$$(2.1) \quad k = \frac{360 - \beta}{180}$$

A questo punto la trasformata del cerchio unitario $z(Z)$ così definita

$$(2.2) \quad z = \frac{k(c-1)}{\left(\frac{Z-1}{Z-c}\right)^k - 1}$$

è interamente calcolabile. La corda definita come la distanza tra le due singolarità sarà uguale a

$$(2.3) \quad |z_1(1) - z_2(c)| = |z_1(1)|$$

e svolgendo i conti si ottiene pari a 3,7481.
L'angolo di portanza nulla sarà quindi pari a

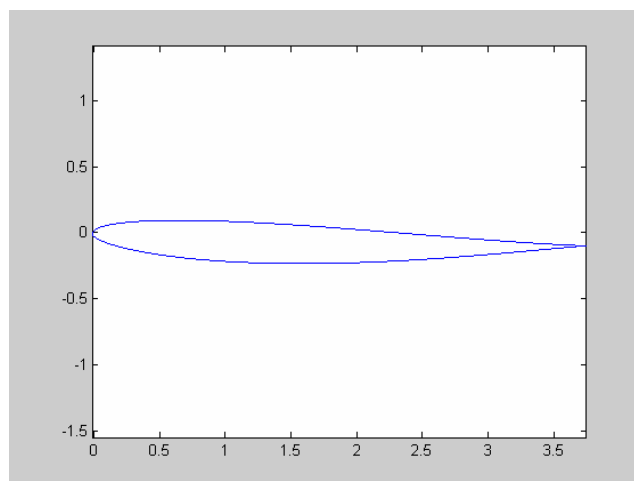
$$(2.4) \quad \alpha_0 = \tan^{-1} \left(\frac{\Im(z_1(1)) - \Im(z_2(c))}{\Re(z_1(1)) - \Re(z_2(c))} \right)$$

Il centro aerodinamico per un profilo subsonico si trova al 25% della corda partendo dal bordo di attacco e quindi in coordinate polari lo identifichiamo come c.a.(0,937; $<-1,5^\circ$)

Infine il c_L richiesto lo calcoliamo come

$$(2.5) \quad c_L = \frac{8\pi}{c} \sin(\alpha - \alpha_0)$$

e sostituendo ricaviamo un valore pari a circa 0,759. Visualizziamo sotto il risultato con MatLab



Autore Nicola Morganti

Un ringraziamento speciale per la collaborazione allo svolgimento degli esercizi a
Anselmo Recanati

ESERCIZIO 3

$$N = 10; C = 10; T = 288,15 \text{ K}; \rho = 1,225 \text{ Kg/m}^3$$

Consideriamo la formula del coefficiente di resistenza d'onda della teoria linearizzata

$$(3.1) \quad c_D = \frac{4}{\beta} \left[\alpha^2 + \int_0^1 \left(\frac{dy_{lm}}{dx} \right)^2 dx + \int_0^1 \left(\frac{1}{2} \frac{ds}{dx} \right)^2 dx \right]$$

Notiamo subito che il secondo contributo dovuto alla linea media è nullo rimangono quindi da calcolare il fattore correttivo β e la funzione di spessore $s(x)$

Per quanto riguarda β , utilizzando la formula

$$(3.2) \quad \beta = \sqrt{M_\infty^2 - 1}$$

Si ricava un valore pari a 1,118

Dobbiamo ora scrivere due funzioni (una di dorso e una di ventre) che descrivano la forma geometrica del nostro corpo, dalla loro differenza otterremo $s(x)$ ovvero la distribuzione di spessore. Poiché lo spessore massimo, per un profilo supersonico a rombo, si trova a metà della linea media possiamo scrivere

$$(3.3) \quad \begin{cases} 0 < x < 0,5 \\ y_d = 0,06x \\ y_v = -0,06x \end{cases} \quad \begin{cases} 0,5 < x < 1 \\ y_d = 0,06(1-x) \\ y_v = -0,06(1-x) \end{cases}$$

Da cui ricaviamo

$$(3.4) \quad s(x) = y_d - y_v = \begin{cases} 0 < x < 0,5 \\ s(x) = 0,12x \end{cases} \quad \begin{cases} 0,5 < x < 1 \\ s(x) = 0,12(1-x) \end{cases}$$

Adesso possiamo ricavarci il coefficiente di resistenza c_D che sarà pari a 0,017
Infine calcoliamo la resistenza d'onda come

$$(3.5) \quad D = \frac{1}{2} c_D \rho V_\infty^2 c$$

Sostituendo i vari valori troviamo $D = 2983,72 \text{ N/m}$

Autore Nicola Morganti

Un ringraziamento speciale per la collaborazione allo svolgimento degli esercizi a
Anselmo Recanati