Soluzione Tema d'Esame di Aerodinamica del 07 – 05 – 2003

ESERCIZIO 1

N = 10; C = 10; T = 288,15 K; ρ = 1,225 Kg/m^3

Consideriamo la formula del coefficiente di resistenza d'onda della teoria linearizzata

(1.1) $$c_D = \frac{4}{\beta}\left[\alpha^2 + \int_0^1 \left(\frac{dy_{lm}}{dx}\right)^2 dx + \int_0^1 \left(\frac{1}{2}\frac{ds}{dx}\right)^2 dx\right]$$

Notiamo subito che il secondo contributo dovuto alla linea media è nullo rimangono quindi da calcolare il fattore correttivo β e la funzione di spessore s(x)

Per quanto riguarda β, utilizzando la formula

(1.2) $$\beta = \sqrt{M_\infty^2 - 1}$$

Si ricava un valore pari a 1,497

Dobbiamo ora scrivere due funzioni (una di dorso e una di ventre) che descrivano la forma geometrica del nostro corpo, dalla loro differenza otterremo s(x) ovvero la distribuzione di spessore. Poiché lo spessore massimo, per un profilo supersonico a rombo, si trova a metà della linea media possiamo scrivere

(1.3) $$\begin{cases} 0 < x < 0,5 \\ y_d = 0,1x \\ y_v = -0,1x \end{cases} \qquad \begin{cases} 0,5 < x < 1 \\ y_d = 0,1(1-x) \\ y_v = -0,1(1-x) \end{cases}$$

Da cui ricaviamo

(1.4) $$s(x) = y_d - y_v = \begin{cases} \begin{cases} 0 < x < 0,5 \\ s(x) = 0,2x \end{cases} \\ \begin{cases} 0,5 < x < 1 \\ s(x) = 0,2(1-x) \end{cases} \end{cases}$$

Adesso possiamo ricavarci il coefficiente di resistenza c_D che sarà pari a 0,02997

Infine calcoliamo la resistenza d'onda come

(1.5) $$D = \frac{1}{2} c_D \rho V_\infty^2 c$$

Sostituendo i vari valori troviamo D = 7575,3 N/m

Un ringraziamento speciale per la collaborazione allo svolgimento degli esercizi a Anselmo Recanati

ESERCIZIO 2

N = 10; C = 10; T = 288,15 K; ρ = 1,225 Kg/m^3

Data la distribuzione di circolazione in apertura come

(2.1) $$\Gamma(\theta) = b_1 \sin(\theta) + b_2 \sin(2\theta)$$

che equivale ad una serie di Fourier, possiamo scrivere la portanza e la resistenza come

(2.2) $$L = \rho V_\infty \pi A b_1$$
$$D = \rho \frac{\pi}{2} \sum_{n=1}^{2} n b_n^2$$

dove A è la semiaperta. Scriviamo quindi i coefficienti di portanza e resistenza come

(2.3) $$c_L = \frac{2L}{\rho V_\infty^2 S} = \frac{2\rho V_\infty \pi A b_1}{\rho V_\infty^2 S} = \frac{2\pi A b_1}{V_\infty S}$$
$$c_D = \frac{2D}{\rho V_\infty^2 S} = \frac{2\rho \frac{\pi}{2} \sum_{n=1}^{2} n b_n^2}{\rho V_\infty^2 S} = \frac{\pi \sum_{n=1}^{2} n b_n^2}{V_\infty^2 S}$$

e troviamo c_L = 0,829 e c_D = 0,0115.
Nel caso di ala ellittica abbiamo che

(2.4) $$\Gamma_0 = 2b_1$$

Possiamo quindi ricavarci i nuovi coefficienti come

(2.5) $$c_{L,ell.} = \pi \frac{\Gamma_0 A}{V_\infty S}$$
$$c_{D,ell.} = \frac{\pi}{4} \frac{\Gamma_0^2}{V_\infty^2 S}$$

ottenendo c_L = 0,829 e c_D = 0,0113.
Come ci si poteva aspettare il c_L rimane invariato e il c_D diminuisce, in quanto l'ala con distribuzione ellittica è l'ala a minima resistenza.

ESERCIZIO 3

N = 10; C = 10; T = 288,15 K; ρ = 1,225 Kg/m^3

Dato un profilo di Joukowsky sappiamo che le sue singolarità sono Z_1= s = –1–2a e Z_2 = 1, da cui ricaviamo a = –0,0250 – 0,0150i.
Scriviamo quindi la trasformazione come

(3.1)
$$z = Z + \frac{(1+a)^2}{Z+a}$$

Valutando la trasformata nelle due singolarità otteniamo i punti $z_1(Z_1)$ e $z_2(Z_2)$ che sono gli estremi della corda. Calcoliamo quindi la lunghezza della corda come

(3.2)
$$c = |z_1 - z_2| = \sqrt{\left(\Im(z_1) - \Im(z_2)\right)^2 + \left(\Re(z_1) - \Re(z_2)\right)^2}$$

e otteniamo c = 3,9005
Ricaviamo quindi l'angolo di portanza nulla come

(3.3)
$$\alpha_0 = \tan^{-1}\left(\frac{\Im(z_2) - \Im(z_1)}{\Re(z_2) - \Re(z_1)}\right)$$

e sarà α_0 = -0,8814 °
Calcoliamo quindi il c_L come

(3.4)
$$c_L = \frac{8\pi}{c}\sin(\alpha - \alpha_0)$$

e otteniamo a 3° d'incidenza c_L = 0,436
Date le condizioni di volo e la reale misura della corda calcoliamo la portanza come

(3.5)
$$L = \frac{1}{2} c_L \rho V_\infty^2 c$$

trovando L = 60,55 N / m

Autore Nicola Morganti
Un ringraziamento speciale per la collaborazione allo svolgimento degli esercizi a
Anselmo Recanati