

Soluzione del tema del 01 Settembre 2003

Nicola Morganti & Alessandro Pasquino

Esercizio 1

Descrivere qualitativamente gli andamenti della velocità e della pressione in un flusso 2d irrotazionale, non viscoso, incomprimibile e stazionario, di velocità V_∞ che investe frontalmente un cuneo di ampiezza $\pi/2$. Determinare poi il valore della velocità 1 m a valle dello spigolo.

Soluzione

Il potenziale complesso di una corrente ortogonale alla parete $\mathcal{X} = 0$ del semipiano $\mathcal{X} \leq 0$ è $\mathcal{F}(z) = -z^2$. È sufficiente trasformare questo potenziale mediante un elevamento a potenza con esponente pari a π/β per ottenere il potenziale complesso relativo a un fluido che investe frontalmente uno spigolo di apertura β . Nel nostro caso, essendo $\beta = \pi/2$ avremo quindi:

$$\mathcal{F}(z) = (-z^2)^2 = z^4$$

Calcoliamo quindi la velocità complessa w

$$w = u(x, y) - iv(x, y) = \frac{d\mathcal{F}(z)}{dz} = 4z^3$$

Ci viene quindi richiesto di valutare la velocità 1 m a valle dello spigolo, ovvero nel punto del piano complesso $(1/\sqrt{2} + i1/\sqrt{2})$. Otteniamo così:

$$V = |w| = \sqrt{u^2 + v^2} = 4$$

Esercizio 2

Calcolare il rapporto fra la resistenza indotta da un'ala con distribuzione ellittica di circolazione e quella di un'altra ala che produce la medesima portanza con una distribuzione circolazione $\Gamma(z)$ che, trasformata in serie di Galuert, abbia l'espressione

$$\Gamma(\theta) = 0.2 \sin \theta + \frac{N}{100} \sin 3\theta$$

Soluzione (N = 10; C = 10)

Il coefficiente di resistenza indotta c_{D_i} di un'ala con distribuzione di portanza generica è:

$$c_{D_i} = c_{D_i,eu.}(1 + \delta)$$

avendo posto:

$$\delta = \sum_{n=2}^{+\infty} n \left(\frac{b_n}{b_1} \right)^2$$

dove con la lettera b indichiamo i coefficienti moltiplicativi della distribuzione di circolazione trasformata in serie di Galuert. Il rapporto delle resistenze si traduce quindi:

$$\frac{D_{i,ell.}}{D_i} = \frac{c_{D_{i,ell.}}}{c_{D_i}} = \frac{1}{1 + \delta} = \frac{1}{1 + 3 \left(\frac{b_3}{b_1} \right)^2}$$

Sostituendo i nostri valori nell'espressione otteniamo un rapporto pari a 0.5714.

Esercizio 3

Calcolare lo spessore dello strato di Stokes che si produce al di sopra di una parete piana indefinita immersa in acqua che oscilla con frequenza di 10 cicli al secondo.

Soluzione ($\mathbf{N} = 10$; $\mathbf{C} = 10$; $\nu = 1.14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)

Lo spessore tipico δ è:

$$\delta = \sqrt{\frac{\nu}{\omega}}$$

dove ν è la viscosità cinematica dell'acqua e ω la frequenza di oscillazione. Sostituendo i valori otteniamo $\delta = 3.3764 \cdot 10^{-4} \text{ m}$